

## پاسخنامه تشریحی

- ۱ - گزینه ۴ د: عقد = مخنقه  
ج: پرچم = رایت  
ب: برنا: شاپ  
هـ: صحرا = راغ  
الف: آرزومند = شایق
- ۲ - گزینه ۲ در گزینه‌های دیگر واژه‌های زیر غلط معنا شده‌اند که درست این واژه‌ها عبارت است از: جیب: گریبان / قرین: همنشین و یار همراه / زایل شدن: نابودی
- ۳ - گزینه ۱ شل: معیوب بودن دست و پا، دست و پای از کار افتاده  
قوت: غذا، خوراک، رزق روزانه  
جیب: گریبان، یقه  
ادبار: نگون‌بختی، بدبختی، پشت کردن ≠ اقبال
- ۴ - گزینه ۴ مهرباب: محراب
- ۵ - گزینه ۳ در این گزینه «خاسته» به معنای «بلند شده» با همین املا درست است.  
در گزینه‌های دیگر، ویرایش واژه‌هایی که غلط املائی دارند:  
گزینه ۱: آزادگان  
گزینه ۲: ثمرها  
گزینه ۴: قاطر
- ۶ - گزینه ۲ آرایه تشبیه: در گزینه پ شاعر به بلبل تشبیه شده است.  
آرایه جناس: در گزینه الف (چمن و سمن) جناس ناقص اختلافی دارند.  
آرایه حس آمیزی: در گزینه ت «سخن تلخ» حس آمیزی دارد.  
آرایه تشخیص: در گزینه ب: دیده عقل تشخیص است.
- ۷ - گزینه ۱ «حسن تعلیل» آوردن دلیل شاعرانه و ادیبانه به جای دلیل واقعی امری است. آرایه حسن تعلیل در بیت (۱) مشاهده نمی‌شود و شاعر می‌گوید از روزگار که مانند ارباب بی‌مروتی است اظهار حاجت نکن زیرا عاقبت و تندرستی همچون گنجی است که در خانه نوست.  
تحلیل آرایه‌ها در گزینه‌های دیگر:  
۲: «جهان» مجاز از مردم جهان، جهانیان  
۳: دیده غریبال: تشخیص (و استعاره)  
۴: پای در دامن آور: کنایه از انزوا بطلب، گوشه نشینی کن
- ۸ - گزینه ۲ مقصود سؤال این است که در کدام گزینه واژه «ماه» نهاد محسوب می‌شود و از طریق هم‌نشینی نهاد با مسند می‌توان به معنی «ماه» پی بُرد.  
در گزینه (۲) واژه «ماه» نهاد است و از طریق هم‌نشینی «ماه» با «طولانی» (= مسند) می‌توان دریافت که مقصود از «ماه» سی روز یا یک دوازدهم سال است.  
در گزینه (۱) «روی ماه» اضافه تشبیهی است یعنی «روی» به «ماه» (= قمر) مانند شده است و نهاد و مسند این گزینه به ترتیب «شب» و «بیدار» است.  
در گزینه (۳) «ماه» به معنی سی روز، نهاد است و مسند ندارد.  
در گزینه (۴) «ماه» متمم است و به دلیل رابطه هم‌نشینی آن ستاره می‌توان پی برد که مقصود از آن سیاره ماه یا قمر است.
- ۹ - گزینه ۳ شرم کشد: شرم مرا بکشد (ضمیر پیوسته در اینجا نقش مفعولی دارد).  
تا زنده‌ام بس است همین شرمساریم: تا زنده‌ام این شرمساری برای من کافی است (ضمیر پیوسته در اینجا نقش متمم دارد).
- ۱۰ - گزینه ۱ رابطه گروه واژه‌های مطرح شده چنین است:  
«محمل و مهد»، «رایت و بیرق» و «بیعت و میثاق»: مترادف  
«دست و بدن»، «ورزش و فوتبال» و «هنر و نقاشی»: تَمَن  
«ادبار و اقبال»: تضاد  
«تند و ترش» و «پروانه و ملخ»: تناسب
- ۱۱ - گزینه ۲ در این گزینه مانند بیت مورد سؤال به اراده خداوند در عزت و ذلت بخشیدن به انسان اشاره شده است.  
در بررسی گزینه‌های دیگر:  
گزینه «۱»: تحمل سختی‌های برای رسیدن به معشوق  
گزینه «۳»: روزگار افرادی را خوار می‌کند که در حقیقت همان افراد سربلندان واقعی هستند.  
گزینه «۴»: باید در راه معشوق فدا شد.
- ۱۲ - گزینه ۲ گزینه «الف» در ستایش خرد است حال آن که بیت مورد سؤال از تأثیر گذاری پیران سخن گفته است.  
گزینه «د» از لطف و خلق و خوی شفا بخش معشوق سخن به میان آورده که از بیت مورد سؤال دور است.



۱۳ - گزینه ۳ در این گزینه، شکسته شدن بال و پر دلیل عزلت‌نشینی سیمرغ عنوان شده است؛ درحالی‌که در گزینه‌های دیگر بیان شده است که همچنان با بال شکسته، پرواز ممکن است و از عزلت‌نشینی خبری نیست.

۱۴ - گزینه ۲ در این گزینه مانند بیت مورد سؤال، جان فشانی در راه وطن مورد تأکید قرار گرفته است. گزینه‌های دیگر:

گزینه ۱: رویکرد وطنی و فرهنگی

گزینه ۳: عشق خالصانه

گزینه ۴: اهمیت میهن پرستان

۱۵ - گزینه ۳ در این گزینه «نظم» در معنای شعر به کار رفته است و ربطی به نظام جهان ندارد اما در گزینه‌های دیگر چون بیت مورد سؤال سخن از «نظام احسن» است.

۱۶ - گزینه ۱ کان همراه مضارع به صورت ماضی استمراری ترجمه می‌شود؛ و در گزینه ۱ اخراج می‌کرد و آهسته سخن می‌گفت درست است و در بقیه گزینه‌ها این افعال به درستی ترجمه نشده‌اند.

۱۷ - گزینه ۳ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: کلمه آن اضافه است و هرگز نمی‌بخشاید نادرست است.

گزینه ۲: و چون دلیل رسوا شدنشان می‌شوید درست نیست و کلمه «الَّتِي» که معنای که می‌دهد در جمله ترجمه نشده است.

گزینه ۴ چه این کار و خداوند هم شما را نخواهد آمرزید غلط است.

۱۸ - گزینه ۲ ترجمه صحیح عبارت گزینه «۲»: «هر که شهوتش بر عقلش چیره شود (غلبه پیدا کند)، او بدتر از چارپایان است!» توضیح نکات درسی:

هر گاه پس از اسم تفضیل حرف جرّ «من» بیاید، معنای «برتری» دارد: «شَرٌّ مِنَ الْبَهَائِمِ» بدتر از چارپایان

۱۹ - گزینه ۲ ترجمه گزینه ۲ با عبارت عربی مطابقت ندارد.

۲۰ - گزینه ۳

۲۱ - گزینه ۳ این عبارت بیان می‌کند که جاسوسی کردن تلاشی زشت برای کشف رازهای دیگران نیست. و غلط است و سایر گزینه‌ها درست است.

۱- کسی که به امانت دارای پایبند باشد و از خیانت ورزی دوری کند. انسانی نیکوکار است.

۲- پیامبران برای تکمیل اخلاق ارزشمند در مردم به انگیخته شد.

۴ نخواهید در کلاس وقتی معلم تدریس می‌کند از علل موفقیت دانش‌آموزان است.

ترجمه متن درک‌مطلب:

«کتابخانه‌ها گنجینه‌های دانش‌ها هستند و ساختن آن‌ها چیز جدیدی نیست، اولین کتابخانه با دستان ساکنان بین‌النهرین حدود ششصد سال پیش از میلاد بنا شد، آن‌ها کاغذ را نمی‌شناختند، بلکه بر روی لوح‌هایی که از گل ساخته شده بود می‌نوشتند، تعداد کتابخانه‌ها بعد از دست‌یابی مصریان به ورقه‌هایی معروف به «پاپیروس» زیاد شد، و شاید کتابخانه اسکندریه در مصر معروف‌ترین کتابخانه‌ها در جهان بود، انسان کاغذ را در قرون وسطی ساخت و بدین سبب به کتابخانه‌ها توجه جدی نمود، اما در قرن‌های جدید پیشرفت علمی و فنی و به‌کارگیری چاپخانه و کامپیوتر به او کمک کردند که کتابخانه‌های بزرگی بسازد؛ ممکن است بگوییم: امروزه شهر یا مؤسسه‌ای علمی یافت نخواهد شد، مگر در آن کتابخانه بزرگی پُر از کتاب‌ها باشد!»

۲۲ - گزینه ۴ با توجه به متن (ساختن کاغذ سبب توجه جدی به کتابخانه‌ها شد) در گزینه‌های دیگر گزینه ۱- احداث کتابخانه‌ها هم زمان با قرون وسطی بود در گزینه ۲ ساکنان بین‌النهرین نوشتن را نمی‌دانستند و در گزینه ۳ ساکنان مصر روی لوح‌هایی که اختراع کردند می‌نوشتند غلط است.

۲۳ - گزینه ۴ سوال مطرح می‌کند که چه وقت تعداد کتابخانه‌ها زیاد شد طبق متن پس از دست یافتن مصری‌ها به کاغذی که آن را اختراع کردند تعداد کتابخانه‌ها زیاد شد.

۲۴ - گزینه ۱ ترجمه متن سوال: امروزه کتابخانه‌های بزرگی به سبب به‌کارگیری چاپخانه و کامپیوتر ایجاد می‌شود. در گزینه‌های دیگر گزینه ۲- زیرا انسان کاغذ را ساخت در گزینه ۳ - به سبب دست‌یابی انسان به پاپیروس و در گزینه ۴- برای این‌که جوامع بشری به نوشتن تشویق شدند.

۲۵ - گزینه ۲ زیرا این فعل مجهول است و فعل مجهول نائب فاعل دارد و فاعل ندارد.

۲۶ - گزینه ۲ المَعْلَم (اسم فاعل) - المَشَاكِل (اسم فاعل از مُشکل یا مشکلة) است و «خَيْرٌ» در معنای اسم تفضیل می‌باشد یعنی «بهترین» (بهترین دانش‌آموزان کسانی هستند...)

۲۷ - گزینه ۲ فقط «مازندان» اسم «عَلِمَ» است بقیه نکره می‌باشند.

گزینه ۱: فرعون، موسی / گزینه ۳: الشاعر، الطفل، محمّد / گزینه ۴: الجوّ، أَرْدبیل، الشّتاء

۲۸ - گزینه ۱ اِذَا: از اِداة شرط است «صَنَعَ» فعل شرط و «اسْتَنْكَفَ» جواب شرط است.

۲۹ - گزینه ۴ در گزینه «۴»، کلمه «تَمَرٍ» مجرور به حرف جرّ است، نه مضاف‌إلیه.

۳۰ - گزینه ۳ برای تشخیص به اسم یا فعل بودن اسم تفضیل باید به موقعیت آن در جمله توجه داشت، در صورت فعل بودن نیاز به فاعل دارد.

۳۱ - گزینه ۱ دسته‌ای از نیازهای انسان طبیعی و غریزی‌اند. مانند نیاز به آب، غذا، هوا و پوشاک که خداوند پاسخ به آن‌ها را در جهان خلقت آماده کرده و راه آگاه شدن از آنها را به انسان یاد داده است.

دسته‌ای دیگر از نیازهای انسان که سعادت او را تضمین می‌کند، نیازهای برتر، اساسی، متعالی و بنیادین است که برآمده از سرمایه‌های ویژه‌ای است که خدا به انسان عطا کرده و هنگامی که انسان اندکی از سطح نیازهای روزمره فراتر رود، خود را با آنها روبه‌رو می‌بیند.

۳۲ - گزینه ۲ دغدغه اصلی انسان‌های فکور ← کشف راه درست زندگی ← پاسخ‌گوی این دغدغه

آیه: «إِنَّ الْإِنْسَانَ لَفِي خُسْرٍ...» ← پاسخ‌گوی این دغدغه ← به مشابه دغدغه انسان‌های فکور و خداوند

۳۳ - گزینه ۴ وجود دو یا چند دین در یک زمان نشانگر این است که پیروان پیامبر قبلی به آخرین پیامبر ایمان نیاورده‌اند و این کار به معنای سرپیچی از فرمان خدا و عدم پیروی از پیامبران گذشته است.

دقت شود که سرپیچی از کتاب آسمانی صحیح نیست. زیرا لزوماً در همه کتاب‌ها به پیامبر بعدی بشارت داده نشده است. اما خود هر پیامبر به آمدن پیامبر بعدی بشارت می‌داد و بر پیروی از او تأکید می‌کند تا آنجا که آنان که دینی غیر از اسلام را برگزیده‌اند، در آخرت زیان می‌بینند: «وَمَنْ يَبْتَغِ غَيْرَ الْإِسْلَامِ دِينًا فَلَنْ يُقْبَلَ مِنْهُ وَهُوَ فِي الْآخِرَةِ مِنَ الْخَاسِرِينَ» و هر کسی که دینی جز اسلام اختیار



کند، از او پذیرفته نخواهد شد و در آخرت از زیان کاران خواهد بود.

۳۴ - گزینه ۳ هر کس اندکی با زبان عربی آشنا باشد پس از انس با قرآن اعجاز لفظی آن را درمی یابد.

۳۵ - گزینه ۲ وجود شخصیت هایی همچون عبدالله بن مسعود در حوزه دریافت و ابلاغ وحی است. قسمت دوم گزینه ۴ مربوط به «مرجعیت دینی» است.

۳۶ - گزینه ۱ با توجه به آیه تبلیغ خداوند پس از اینکه دستور ابلاغ ولایت علی (ع) را به پیامبر ابلاغ می کند، کافران را بی نصیب از هدایت اعلام می کند.

۳۷ - گزینه ۴ پیامبر در بحبوحه جنگ ها از یاران خود می خواست اگر مشرکی در جنگ جویای حقیقت اسلام شد و اگر قبول نکرد او را به جایی برسانید که احساس امنیت می کند و این سخن در راستای سخت کوشی در هدایت مردم است.

۳۸ - گزینه ۴ شرایط مناسب برای جاعلان حدیث ← ممنوعیت نوشتن احادیث پیامبر(ص)

دخالت دادن سلیقه شخصی ← ممنوعیت نوشتن احادیث پیامبر(ص)

۳۹ - گزینه ۱ امامان معصوم به دور از انزوا و گوشه گیری و با تکیه بر علم الهی خود مردم را از معارف خود بهره مند ساختند.

۴۰ - گزینه ۲ تعلیم و تفسیر قرآن سبب شد تا مشتاقان معارف قرآنی از آن بهره ببرند.

۴۱ - گزینه ۳ تکامل نعمت هدایت ← امامان

عامل از دست دادن نعمت ← «ذَلِكِ بِأَنَّ اللَّهَ لَمْ يَكُ مُغَيِّرًا نِعْمَةً أَعْطَاهَا عَلَى قَوْمٍ ...»

۴۲ - گزینه ۴ شرایط مرجع تقلید عبارت است از: ۱- باتقوا باشد ۲- عادل باشد ۳- زمان شناس باشد و بتواند احکام دین را متناسب با نیازهای روز، به دست آورد. ۴- اعلم باشد؛ یعنی از میان فقها از همه عالمتر باشد. فقهی که این شرایط را دارد، مشروعیت دارد؛ وگرنه پیروی از دستورات او حرام است.

۴۳ - گزینه ۴ مطابق آیه شریفه «وَالَّذِينَ كَسَبُوا السَّيِّئَاتِ جَزَاءُ سَيِّئَةٍ بِمِثْلِهَا وَ تَرْهَقُهُمْ ذِلَّةٌ: آنان که بدی پیشه کردند، جزای بد به اندازه عمل خود می بینند و بر چهره آنان غبار ذلت می نشینند. گناهکاری و تسلیم شدن در برابر هوی و هوس، موجب ذلت نفس می شود.

۴۴ - گزینه ۱ مطابق فرمایش خداوند در عبارت «وَجَعَلْ لَكُمْ مِنْ أَزْوَاجِكُمْ بَنِينَ وَ حَفَدَةً وَ رَزَقَكُمْ مِنَ الطَّيِّبَاتِ أَفَبَالْبَاطِلِ يُؤْمِنُونَ وَ يَنْعِمُ اللَّهُ بِهِمْ يَكْفُرُونَ»، با وجود نعمت های ذکر شده در این آیه، نایبست به باطل ایمان آورده و به نعمت های الهی کفران ورزید.

۴۵ - گزینه ۴ با توجه به ترجمه آیه: «و از همسرانتان برای شما فرزندان و نوادگانی نهاد و از پاکیزه ها به شما رزق و روزی داد»، یکی از اهداف تشکیل خانواده، رشد و پرورش فرزندان است؛ زیرا زن و مرد، دوام وجود خود را در فرزند می بینند و از رشد و بالندگی او لذت می برند.

۴۶ - گزینه ۲ به من هشدار داده شده تا از برخی از غذاهای ویژه دوری کنم؛ وگرنه در آینده نزدیک احتمالاً دچار حمله قلبی بدی می شوم.

۱- پرکردن ۲- دوری کردن ۳- فوت کردن ۴- بزرگ شدن

۴۷ - گزینه ۲ شنیده ام که رستوران ها در هفته های اخیر به جای افزایش قیمت، در حال کاهش پرس غذای خود هستند. این کار اشتباه است.

۱. عادت

۲. پرس

۳. اعتیاد

۴. رژیم غذایی

۴۸ - گزینه ۴ ما بعضی از گزینه های بهتر شناخته شده در شهر را برای اینکه شما از آن ها بازدید کنید مورد تأکید قرار داده ایم و ذکر کرده ایم که چه چیزی آن ها را منحصر به فرد می کند.

گزینه ۱) راحت

گزینه ۲) علاقه مند

گزینه ۳) احساساتی

گزینه ۴) منحصر به فرد

۴۹ - گزینه ۱ خوشحال ترین ها کسانی نیستند که همه بهترین چیزها را دارند، بلکه آن هایی هستند که می توانند ارزش زیبایی زندگی را بدانند.

گزینه ۱) قدر و ارزش چیزی را دانستن

گزینه ۲) مصرف کردن

گزینه ۳) دفاع کردن

گزینه ۴) اندازه گرفتن

۵۰ - گزینه ۴ بسیاری از دانش آموزان روش تست زنی دکتر کلنر را خیلی دوست دارند. او همیشه قبل از امتحان کمی به ما زمان برای آماده شدن، پیشنهاد می دهد.

برای جای خالی اول به یک قید نیاز داریم. گزینه ۲ غلط است چون بعد از a lot of باید یک اسم داشته باشیم، اما جای خالی اول در انتهای جمله است و اسمی وجود ندارد. در جای خالی دوم time یک اسم غیر قابل شمارش است، پس گزینه ۱ نیز حذف می شود. با توجه به معنی جمله گزینه ۴ بهتر است.

۵۱ - گزینه ۱ او به سختی کار کرد تا عضو موفقی در تیم ملی فوتبال شود، اما او اصلاً موفق نبود.

برای توصیف فعل در جمله از قید استفاده می کنیم که معمولاً با اضافه کردن ly به انتهای صفت ساخته می شود. اما صفت و قید hard به یک شکل است.

زبان و ارتباط دست به دست هم، همه جا می روند. مردم هر کشوری خودشان را .....(A)..... زبانشان به یکدیگر توضیح می دهند. بنابراین، با استفاده از زبان، مردم می توانند با یکدیگر .....(B)..... تعدادی لغاتی که بشر از آن استفاده می کند واقعا بی شمار است. بعضی از آنها شبیه یکدیگرند، برای مثال فرانسوی و انگلیسی لغت های مشترک زیادی دارند، اما دیگر زبان ها از جایی به جای دیگر دنیا .....(C)..... مردم فرهنگ های مختلف .....(D)..... تفاوت زیادی که بین زبان مادری و زبان جدید دارند، می توانند زبان های خارجی را بیاموزند. اگر می خواهی یک زبان خارجی را بیاموزی، باید اطلاعات .....(E)..... درباره مردم و فرهنگ آن همچون زبانش داشته باشی.

۵۲ - گزینه ۱ ۱. وسیله ۲. آب و هوا ۳. ماه ۴. تکه

۵۳ - گزینه ۱ ۱. ارتباط برقرار کردن ۲. تصور کردن ۳. تمرین کردن ۴. حرکت کردن

۵۴ - گزینه ۴ ۱. مردن ۲. احترام گذاشتن ۳. به خطر انداختن ۴. متفاوت بودن

از آزمون جمع بندی تابستان پایه دوازدهم



۵۵ - گزینه ۲. ۱. بنابراین ۲. علی رغم ۳. بعد از ۴. بدون توجه به

۵۶ - گزینه ۳ کلمه information یک اسم غیر قابل شمارش است پس گزینه های ۱ و ۴ حذف می شوند. گزینه ۲ نیز باید of داشته باشد. بنابراین بهترین گزینه ۳ می باشد.

"راسل چادویک" تابستانی را که ۱۶ ساله شد، به یاد می آورد. آن دوران زمانی بود که او با خرس گریزلی کشتی می گرفت! چالش "راسل" زمانی شروع شد که او در "Wasatch Rocky Mountain Wildlife" می ماند که یک مرکز تربیت حیوانات در "یوتا" است. این مرکز توسط "داگ و لین سیوس" که حیوانات وحشی را برای بازیگر شدن در تلویزیون و سینما تربیت می کند، اداره می شود. "داگ و لین" از "راسل" که دانش آموز دبیرستان بود، خواستند که برای مراقبت از دو بچه خرس گریزلی چهار ماهه به نام های "Little Bart" و "Honey Bump" به آن ها کمک کند. کار "راسل" این بود که با خرس ها بازی کند تا به انسان ها عادت کنند. در همین حال، باید به خاطر می سپرد که خرس های بازیگر هنوز حیواناتی وحشی هستند. "یک بار" "Bump" از کمرم گاز گرفت، و من مجبور شدم روی زمین با او کشتی بگیرم. او همچنین به من نشان داد که چقدر باهوش است. او می دانست که کار اشتباهی مرتکب شده و با گذاشتن سرش روی ران من عذرخواهی کرد."

"راسل" فهمید که خرس ها بیشتر از "نشستن" و "ماندن" متوجه می شوند. برای مثال، هنگامی که "راسل" به خرس بالغ "Tank" می گفت دالی (بازی کودکان)، او دقیقاً همانند یک بچه کوچک، چشم هایش را با پنجه هایش پوشاند.

هر چند "راسل" پول زیادی بابت کارش نمی گرفت، اما می گوید که او ارزش بیشتری به تجربه نسبت به پول قائل است. هنگامی که شما با خرس گریزلی کشتی می گیری، چیزهایی مثل کار و آزمون ها دیگر خیلی سخت به نظر نمی رسند!

۵۷ - گزینه ۲ متن عمدتاً درباره چیست؟

۱- چطور در "یوتا" شغل تابستانی بیابید.

۲- کاری که "راسل" به عنوان شغل تابستانی انجام داد.

۳- چرا حیوانات بازیگرهای خوبی می شوند؟

۴- فیلم هایی که خرس های "سیوس" در آن نقش بازی کردند.

۵۸ - گزینه ۴ کدام یک از جملات زیر درست نیست؟

۱- داگ و لیون سیوس "Wasatch Rocky Mountain Wildlife" را مدیریت می کنند.

۲- داگ و لیون سیوس در یوتا کار می کنند.

۳- داگ و لیون سیوس تربیت کننده حیوانات هستند.

۴- داگ و لیون سیوس بازیگران سینما هستند.

۵۹ - گزینه ۳ در خط ۱۳، "he" اشاره می کند به .....

۱- راسل ۲- دالی ۳- تنک ۴- یک بچه کوچک

۶۰ - گزینه ۳ ایده اصلی پاراگراف آخر چیست؟

۱- راسل همه چیز در مورد شغل تابستان را دوست داشت به جز کشتی گرفتن با خرس ها.

۲- راسل فکر می کند که آزمون ها و تکالیف راه های خوبی برای آمادگی شغل تابستان است.

۳- تجربه تابستانی راسل به او کمک کرد تا برای چیزهای دیگر زندگیش آماده شود.

۴- راسل پول کافی برای شغل تابستانی اش دریافت نکرد.



## پاسخنامه تشریحی

۶۱ - گزینه ۲

نکته:  $|u| = |-u|$  و  $|a+b| = |a| + |b| \Rightarrow a \cdot b \geq 0$  و  $|u^r| = u^r$

با توجه به نکات فوق داریم:

$$|2+x-x^r| = |x^r-x-2| \Rightarrow |x^r-x-2| + |x+2| = x^r = |x^r| \quad (1)$$

با فرض  $a+b=x^r$ : داریم  $b=x+2$  و  $a=x^r-x-2$

$$(1) \Rightarrow |a| + |b| = |a+b| \Rightarrow a \cdot b \geq 0 \Rightarrow (x^r-x-2)(x+2) \geq 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x+1)(x+2) \geq 0 \Rightarrow \begin{array}{c|cccccc} x & -\infty & -2 & -1 & 2 & +\infty \\ \hline & - & 0 & + & 0 & - & 0 & + \end{array}$$

$$\Rightarrow -2 \leq x \leq -1 \text{ یا } x \geq 2 \xrightarrow{x < 1} -2 \leq x \leq -1 \Rightarrow \text{اعداد صحیح: } -2, -1$$

۶۲ - گزینه ۱

$$ay - x = 5 \Rightarrow x - ay + 5 = 0$$

$$\text{فاصله } A(2, 1) \text{ از خط} = \frac{|2 - a + 5|}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{|7 - a|}{\sqrt{1 + a^2}}$$

$$\text{فاصله } B(4, 7) \text{ از خط} = \frac{|4 - 7a + 5|}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{|9 - 7a|}{\sqrt{1 + a^2}}$$

$$\Rightarrow \frac{|7 - a|}{\sqrt{1 + a^2}} = \frac{|9 - 7a|}{\sqrt{1 + a^2}} \Rightarrow |7 - a| = |9 - 7a| \Rightarrow 7 - a = \pm(9 - 7a)$$

$$7 - a = 9 - 7a \Rightarrow 6a = 2 \Rightarrow a = \frac{1}{3}$$

$$7 - a = -9 + 7a \Rightarrow 16a = 16 \Rightarrow a = 2$$

۶۳ - گزینه ۱ باید نمودار دو تابع  $y = -\sqrt{x-1}$  و  $y = \frac{x}{x-1}$  را به کمک قوانین انتقال رسم کنیم.

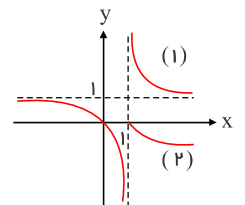
$$(1) y = \frac{x}{x-1} \Rightarrow y = \frac{x-1+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$y = \frac{1}{x} \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = \frac{1}{x-1} \xrightarrow{\text{واحد به بالا}} y = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$(2) y = -\sqrt{x-1}$$

$$y = \sqrt{x} \xrightarrow{\text{واحد به راست}} y = \sqrt{x-1}$$

$$\xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور } x \text{ ها}} y = -\sqrt{x-1}$$



مشاهده می کنید که دو تابع یکدیگر را قطع نمی کنند.

۶۴ - گزینه ۲

$$f(x) = \frac{b}{x+3} \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{-3\}$$

چون دو تابع برابرند پس دامنه تابع  $g$  هم باید به صورت  $D_g = \mathbb{R} - \{-3\}$  باشد، بنابراین مخرج تابع  $g$  باید ریشه مضاعف  $x = -3$  داشته باشد، که داریم:

$$x^r + cx + d = (x+3)^r \Rightarrow x^r + cx + d = x^r + 6x + 9 \Rightarrow c = 6, d = 9$$

$$g(x) = \frac{x-a}{(x+3)^2} \Rightarrow f(x) = g(x) \Rightarrow \frac{b}{x+3} = \frac{x-a}{(x+3)^2} \Rightarrow b = \frac{x-a}{x+3}$$

$$\Rightarrow x-a = bx+3 \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ -a=3 \Rightarrow a=-3 \end{cases} \Rightarrow \frac{abc}{d} = \frac{-3 \times 1 \times 6}{9} = -2$$

۶۵ - گزینه ۱ چون دو خط  $bx+ay = -16$  و  $3x-4y = b$  نسبت به خط  $y = x$  قرینه یکدیگر هستند پس می توان نتیجه گرفت که این دو خط تابع معکوس یکدیگر هستند پس داریم:



$$bx + ay = -16 \Rightarrow ay = -bx - 16 \Rightarrow y = -\frac{b}{a}x - \frac{16}{a} \quad (2)$$

روابط (۱) و (۲) باید یکسان باشند پس داریم:

$$\begin{aligned} -\frac{b}{a} &= \frac{4}{3} \Rightarrow b = -\frac{4}{3}a \\ -\frac{16}{a} &= \frac{b}{3} \Rightarrow ab = -48 \Rightarrow a\left(-\frac{4}{3}a\right) = -48 \Rightarrow -\frac{4}{3}a^2 = -48 \\ \Rightarrow a^2 &= 36 \Rightarrow a = \pm 6 \\ a = 6 &\Rightarrow b = -\frac{4}{3}a = -\frac{4}{3} \times 6 = -8 \Rightarrow b - a = -14 \\ a = -6 &\Rightarrow b = -\frac{4}{3}(-6) = 8 \Rightarrow b - a = 14 \end{aligned}$$

چون دو خط داده شده نسبت به خط  $y = x$  قرینه یکدیگرند پس این دو تابع، معکوس یکدیگرند بنابراین کافی است معکوس یکی از آن دو را به دست آورده و مساوی دیگری قرار دهیم و می دانیم برای به دست آوردن تابع معکوس،  $x$  را بر حسب  $y$  به دست آورده و سپس جای  $x$ ،  $y$  را عوض می کنیم.

۶۶ - گزینه ۱ نکته: در نمایش یک تابع به صورت  $\begin{cases} f: A \rightarrow B \\ f(x) = y \end{cases}$ ، مجموعه  $A$  دامنه و مجموعه  $B$  را هم دامنه تابع می گوئیم. هم دامنه تابع را می توان هر مجموعه دلخواهی شامل برد تابع در نظر گرفت.

نکته ۲: دو تابع  $f$  و  $g$  را برابر گوئیم، هر گاه:

الف) دامنه  $f$  و دامنه  $g$  با هم برابر باشند.

ب) برای هر  $x$  از این دامنه یکسان داشته باشیم:  $f(x) = g(x)$

تابع داده شده در صورت سؤال دارای دامنه  $\left[1, \frac{8}{3}\right]$  است. پس گزینه های ۲ و ۴ نمی توانند جواب باشند. با توجه به اینکه  $\sqrt{x^2 - 1} \neq \sqrt{x^2} - x$ ، ضابطه گزینه ۳ با ضابطه تابع مفروض متفاوت است. پس گزینه ۳ هم پاسخ نیست.

در گزینه ۱، دامنه داده شده با دامنه تابع مفروض یکسان است و به ازای هر  $x$  از این دامنه داریم:  $\sqrt{x^2 - 1} = \sqrt{x} \times \sqrt{x - 1}$ . همچنین هم دامنه شامل برد است، پس گزینه ۱ پاسخ است.

۶۷ - گزینه ۲ نکته: تابع نمایی  $f(x) = a^x$  و تابع لگاریتمی  $g(x) = \log_a x$  تابع وارون یکدیگر هستند و نمودار هر تابع و تابع وارون آن نسبت به خط  $y = x$  قرینه یکدیگر هستند.

چون نمودار توابع  $f(x) = \log_{(m+1)}^x$  و  $g(x) = (3 - 2m)^x$  نسبت به خط  $y = x$  قرینه هم هستند، پس تابع وارون یکدیگرند و داریم:

$$3 - 2m = m + 1 \Rightarrow 3 - 1 = 3m \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

۶۸ - گزینه ۲

$$\log_x^{(x+1)} - \log_{\frac{x^2-1}{x}}^{(x+1)} = 2 \Rightarrow \log_x^{(x+1)} - \left(\frac{1}{-1}\right) \log_x \left(\frac{x^2-1}{x}\right) = 2$$

$$\Rightarrow \log_x \left( (x+1) \left( \frac{x^2-1}{x} \right) \right) = 2 \Rightarrow (x+1) \left( \frac{x^2-1}{x} \right) = x^2 \Rightarrow (x+1)(x^2-1) = x^3$$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - x - 1 = x^3 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$$

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} & \text{غیر قابل قبول} \\ x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} & \text{قابل قبول} \end{cases}$$

بنابراین معادله یک جواب دارد.

۶۹ - گزینه ۴ از اتحادهای مثلثاتی داریم:

$$\sin^2(x+y) + \cos^2(x+y) = 1 \Rightarrow \left(-\frac{2}{5}\right)^2 + \cos^2(x+y) = 1$$

$$\Rightarrow \cos^2(x+y) = \frac{16}{25} \xrightarrow{\pi < x+y < \frac{3\pi}{2}} \cos(x+y) = -\frac{4}{5}$$

$$\cos 2y = \cos((x+y) - (x-y)) = \cos(x+y)\cos(x-y) + \sin(x+y)\sin(x-y)$$

$$= \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{3}{5}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{-4 - 3\sqrt{3}}{10}$$



$$\frac{\sin 2^\circ \sin 5^\circ \sin 7^\circ}{\sin 8^\circ} = \frac{\sin 2^\circ \sin(9^\circ - 4^\circ) \sin(9^\circ - 2^\circ)}{\sin 8^\circ} = \frac{\sin 2^\circ \cos 4^\circ \cos 2^\circ}{\sin 8^\circ}$$

$$= \frac{\sin 2^\circ \cos 2^\circ \cos 4^\circ}{\sin 8^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin(2 \times 2^\circ) \cos 4^\circ}{\sin 8^\circ} = \frac{\sin 4^\circ \cos 4^\circ}{2 \sin 8^\circ} = \frac{\frac{1}{2} \sin(2 \times 4^\circ)}{2 \sin 8^\circ}$$

$$= \frac{\sin 8^\circ}{4 \sin 8^\circ} = \frac{1}{4}$$

$$y = \sqrt{\cos x} \Rightarrow \cos x \geq 0 \xrightarrow{0 \leq x \leq 2\pi} \underbrace{0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}}_{\text{ناحیه اول}} \text{ یا } \underbrace{\frac{3\pi}{2} \leq x \leq 2\pi}_{\text{ناحیه چهارم}} \quad (1)$$

با توجه به این که  $\pi \simeq 3,14$  داریم:

$$x \in \mathbb{Z} \xrightarrow{(1)} x = 0 \text{ و } 1, 5, 6 \Rightarrow 0 + 1 + 5 + 6 = 12$$

۷۲ - گزینه ۳ در این حالت اگر یک نقطه دلخواه را روی هر چرخ دنده در نظر بگیریم، مسافت طی شده در تمام چرخ دنده‌ها یکسان است، پس داریم:

$$r_1 = 2, \alpha_1 = 2\pi, r_2 = 8, \alpha_2 = ?$$

$$\Rightarrow \ell_1 = \ell_2 \Rightarrow r_1 \alpha_1 = r_2 \alpha_2 \Rightarrow 4\pi = 8\alpha_2 \Rightarrow \alpha_2 = \frac{\pi}{2}$$

۷۳ - گزینه ۴ با تجزیه صورت و مخرج داریم:

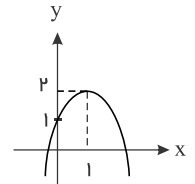
$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + x - 12}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - 3)(x + 4)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x + 4) = 7$$

۷۴ - گزینه ۱ تابع  $y = f(x) - g(x)$  را تشکیل داده و نمودار آن را رسم می‌کنیم.

$$y = f(x) - g(x) = 2x + 1 - x^2 = -x^2 + 2x + 1 \Rightarrow x_{\text{رأس}} = -\frac{b}{2a} = -\frac{2}{-2} = 1$$

$$y_{\text{رأس}} = -1 + 2 + 1 = 2 \Rightarrow \text{نقطه رأس } (1, 2)$$

$$x = 0 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \text{محل برخورد با محور } y = (0, 1)$$



با توجه به شکل زمانی که  $x$  از هر دو طرف به نقطه یک میل می‌کند،  $y$  با مقادیر کم‌تر از ۲ به عدد ۲ نزدیک می‌شوند. پس داریم:

$$\lim_{x \rightarrow 1} [y] = [2^-] = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin^2 x}{1 - \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1 - \sin x)(1 + \sin x + \sin^2 x)}{(1 - \sin x)(1 + \sin x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \sin x + \sin^2 x}{1 + \sin x} = \frac{1 + 1 + 1}{1 + 1} = \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{\pi}{2}\right) = a \cos\left(\frac{2 \times \frac{\pi}{2}}{3}\right) + 1 = a \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{2}a + 1$$

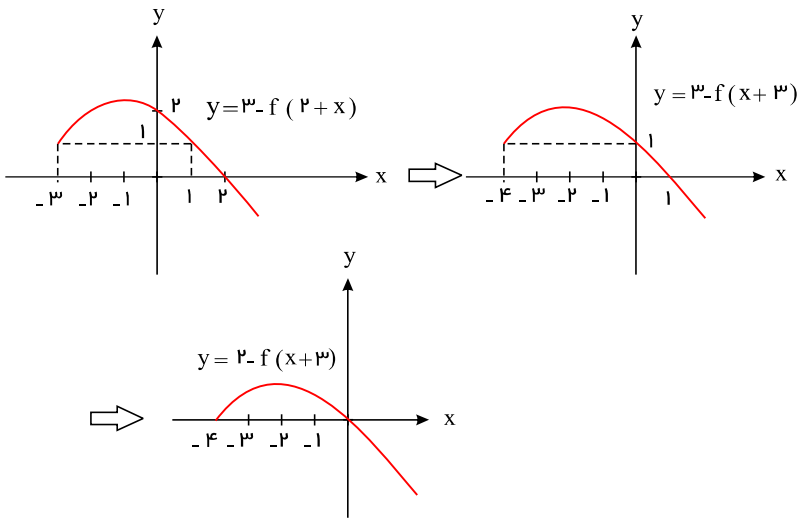
باید مقدار تابع با حد آن برابر باشد. پس:

$$-\frac{1}{2}a + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = -1$$

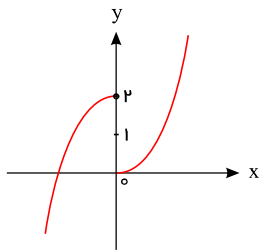
$$y = 3 - f(2 - x) \xrightarrow{x \rightarrow -x} y = 3 - f(2 + x) \xrightarrow{x \rightarrow x+1} y = 3 - f(2 + x + 1)$$

قرینه نسبت به yها
۱ واحد انتقال به چپ

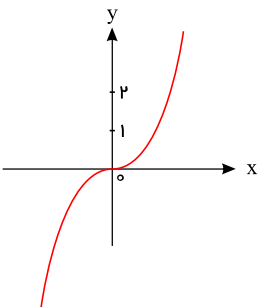
$$\Rightarrow y = 3 - f(x + 3) \xrightarrow{\text{یک واحد انتقال به پایین}} y = 2 - f(x + 3)$$



۷۷ - گزینه ۲ شکل تابع  $f(x)$  به صورت زیر خواهد بود:

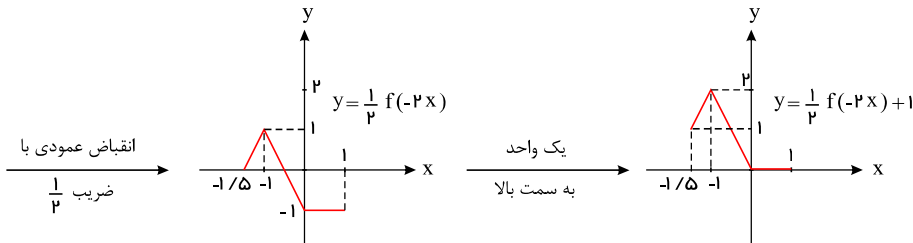
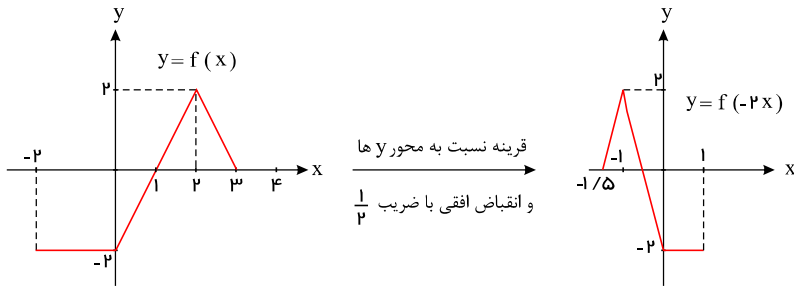


با توجه به شکل و گزینه ها، انتقال گزینه ۲ می تواند یک تابع اکیداً صعودی ایجاد کند چون شکل تابع به صورت زیر می شود.



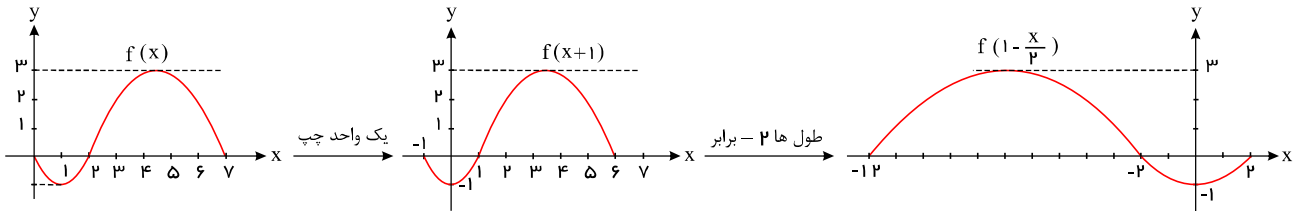
۷۸ - گزینه ۲ ابتدا نمودار را یک واحد به سمت چپ منتقل می کنیم تا نمودار تابع  $y = f(x)$  به دست می آید. سپس با انجام انتقال و انقباض، نمودار تابع  $y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$  را به دست

می آوریم:



پس دامنه تابع  $y = \frac{1}{2}f(-2x) + 1$  برابر با  $[-1, 5]$  و برد آن  $[0, 2]$  است که اشتراک آن‌ها بازه  $[0, 1]$  می‌شود.

۷۹ - گزینه ۱ نمودار  $f(x+2)$  را دو واحد به راست منتقل می‌کنیم تا نمودار  $f(x)$  حاصل شود.



برای تعیین دامنه  $\sqrt{xf(1-\frac{x}{2})}$  باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$xf(1-\frac{x}{2}) \geq 0$$

$x$	$-12$	$-2$	$0$	$2$	
$x$		$-$	$-$	$0$	$+$
$f(1-\frac{x}{2})$	$0$	$+$	$0$	$-$	$-$
$xf(1-\frac{x}{2})$	$0$	$-$	$0$	$+$	$0$

$\rightarrow D_f = [-2, 0] \cup \{-12, 2\}$

۸۰ - گزینه ۱ خط  $x = 0$  همان محور  $y$  و خط  $y = 0$  همان محور  $x$  است.

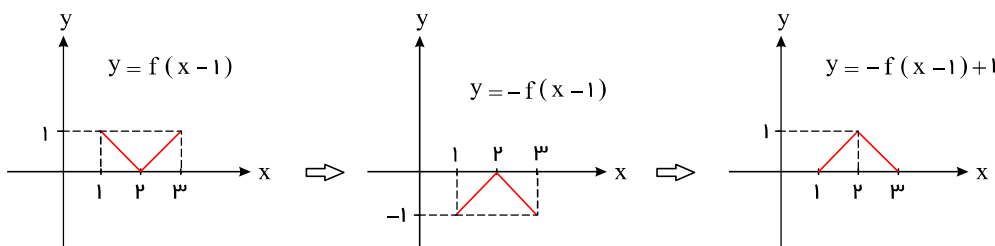
قرینه نسبت به محور  $y$

$$f(x) = (x-1)^2 + 1 \rightarrow f(x) = (-x-1)^2 + 1 \text{ یا } f(x) = (x+1)^2 + 1$$

قرینه نسبت به محور  $x$

$$f(x) = -(x+1)^2 - 1 \xrightarrow{\text{واحد به سمت راست}} f(x) = -(x-2+1)^2 - 1 \xrightarrow{\text{واحد پایین}} f(x) = -(x-1)^2 - 4$$

۸۱ - گزینه ۴ ابتدا  $y = f(x)$  را یک واحد به راست منتقل کرده، سپس نسبت به محور  $x$  قرینه نموده و در نهایت یک واحد به بالا منتقل می‌کنیم.



۸۲ - گزینه ۲ تابع  $f(x)$  سه واحد به راست برده شده که روی برد تاثیر ندارد و چهار واحد به پایین برده شده است، یعنی:  $R_g = [-6, 3]$

۸۳ - گزینه ۴ باید مراحل گفته شده را به صورت برعکس از انتها به ابتدا انجام دهیم، که داریم:



انقلاب در راستای عمودی با ضریب  $\frac{1}{3}$

$$y = -|3x - 12| = -3|x - 4| \xrightarrow{\frac{1}{3}} y = \frac{1}{3} \times (-3)|x - 4| = -|x - 4|$$

قرینه نسبت به محور  $x$  ها

$$y = |x - 4| \xrightarrow{x \rightarrow x+2} y = |x + 2 - 4| = |x - 2|$$

واحد انتقال به چپ

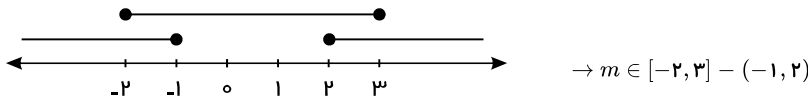
۸۴ - گزینه ۴ ابتدا  $x$  ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم.

$$f : \{(-4, 2), (3, m^2 - m), (4, m^2 - m), (5, 6)\}$$

می دانیم در تابع صعودی اگر  $x_1 < x_2$  باشد آن گاه  $f(x_1) \leq f(x_2)$  است پس:

$$2 \leq m^2 - m \leq 6 \rightarrow \begin{cases} m^2 - m \geq 2 \rightarrow m^2 - m - 2 \geq 0 \rightarrow (m - 2)(m + 1) \geq 0 \\ \text{تعیین علامت} \\ \rightarrow m \leq -1 \text{ یا } m \geq 2 \quad (I) \\ m^2 - m \leq 6 \rightarrow m^2 - m - 6 \leq 0 \rightarrow (m - 3)(m + 2) \leq 0 \\ \text{تعیین علامت} \\ \rightarrow -2 \leq m \leq 3 \quad (II) \end{cases}$$

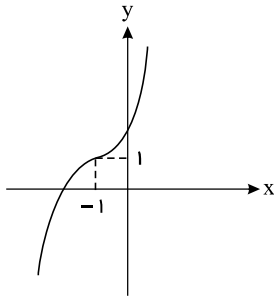
از اشتراک جواب های (I) و (II) داریم:



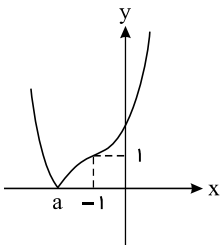
۸۵ - گزینه ۲ ابتدا ضابطه  $f$  را ساده تر می کنیم:

$$f(x) = |x^3 + 3x^2 + 3x + 1 + 1| = |(x + 1)^3 + 1|$$

نمودار تابع  $y = (x + 1)^3 + 1$  را به کمک انتقال تابع  $y = x^3$  رسم می کنیم:



برای رسم نمودار  $f$ ، کفایت قسمتی از نمودار را که زیر محور  $x$  هاست، نسبت به محور  $x$  قرینه کنیم و آن قسمت از نمودار را که بالای محور  $x$  هاست حفظ کنیم:



برای به دست آوردن  $a$  باید معادله  $f(x) = 0$  را حل کنیم:

$$(x + 1)^3 + 1 = 0 \rightarrow (x + 1)^3 = -1 \rightarrow x + 1 = -1 \rightarrow x = -2$$

پس تابع  $f$  در بازه  $[-2, +\infty)$  صعودی اکید است و حداقل مقدار  $a$  برابر با  $-2$  است.

۸۶ - گزینه ۱ نمودار این تابع از انتقال های افقی و عمودی نمودار تابع  $y = x^3$  به دست آمده است. اگر نمودار  $y = x^3$  را یک واحد به سمت راست (در راستای محور  $x$  ها) و سپس دو واحد به سمت بالا (در راستای محور  $y$  ها) انتقال دهیم ضابطه  $y = (x - 1)^3 + 2$  به دست می آید که همان ضابطه مربوط به نمودار داده شده در صورت سؤال است. پس:

$$a = 1, \quad b = 2 \Rightarrow a \cdot b = 2$$

۸۷ - گزینه ۱ باقی مانده  $p(x)$  بر  $x - 1$  برابر با ۳ می باشد، پس:  $p(1) = 3$

باقی مانده  $p(x)$  بر  $x + 1$  برابر با  $-2$  می باشد، پس:  $p(-1) = -2$

باقی مانده تقسیم  $f(x)$  بر  $x + 2$  برابر است با  $f(-2)$ ، بنابراین:

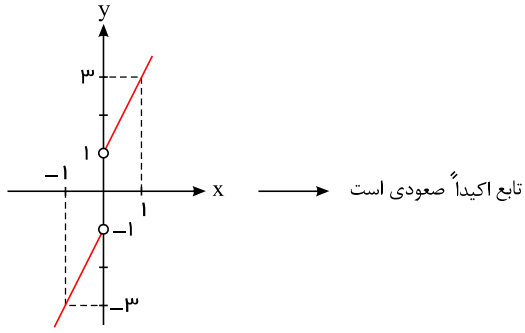
$$f(-2) = p(-1) - 2p(1) + 4 + 6k = -2 - 6 + 4 + 6k = 0 \Rightarrow 6k = 4 \Rightarrow k = \frac{2}{3}$$

۸۸ - گزینه ۱ ابتدا به صورت مشروط قدر مطلق را از بین می بریم:

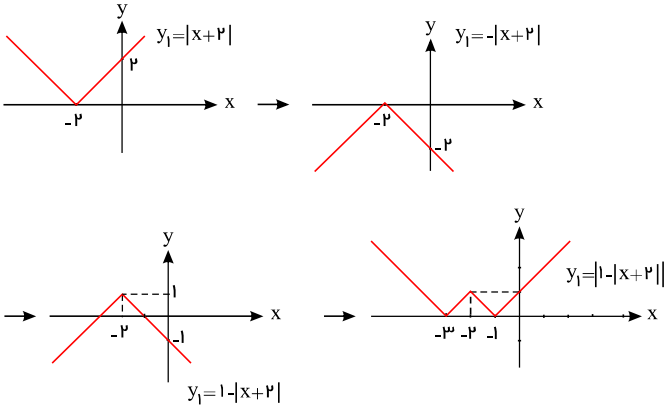
$$x > 0 \Rightarrow y = 2x + \frac{x}{x} \rightarrow y = 2x + 1$$

$$x < 0 \Rightarrow y = 2x + \frac{-x}{x} \rightarrow y = 2x - 1$$

اکنون دو خط داده شده را با توجه به شرط رسم می کنیم.



۸۹ - گزینه ۳ شکل تابع  $f(x)$  به صورت زیر می باشد:



با توجه به شکل گزینه ۳ ابتدا صعودی و سپس نزولی می باشد.

۹۰ - گزینه ۲ با توجه به این که ضریب پشت  $x^3$  برابر ۱- می باشد، پس نمودار داده شده از انتقال نمودار  $y = -x^3$  بصورت زیر حاصل شده است.

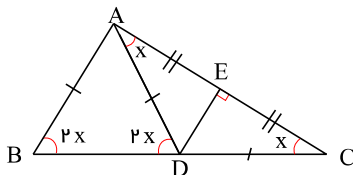
$$y = -x^3 \xrightarrow[\text{واحد به راست}]{x \rightarrow x-2} y = -(x-2)^3 \xrightarrow[\text{یک واحد به پایین}]{y \rightarrow y-1} y = -(x-2)^3 - 1$$

$$y = -(x^3 - 6x^2 + 12x - 8) - 1 = -x^3 + 6x^2 - 12x + 7 = -x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\Rightarrow a = 6, b = -12, c = 7 \Rightarrow a - b + 2c = 6 - (-12) + 2 \times 7 = 6 + 12 + 14 = 32$$

۹۱ - گزینه ۳ پاره‌خط  $DE$  پاره‌خط  $AC$  را نصف کرده و بر آن عمود است. از  $A$  به  $D$  وصل می‌کنیم.  $D$  بر روی عمود منصف  $AC$  واقع است، بنابراین  $AD = DC$  و چون  $AB = DC$  پس  $AB = AD$  است. با فرض  $\hat{C} = x$  در مثلث  $ADC$  داریم:

$$DA = DC \Rightarrow \hat{DAC} = x$$



$\triangle ADC$ :  $\hat{ADB} \Rightarrow \hat{ADB} = x + x = 2x$  زاویه خارجی است:

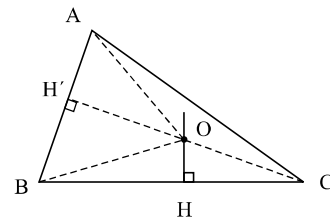
$$\xrightarrow{AB=AD} \hat{B} = 2x \xrightarrow{AC=DC} \hat{BAC} = \hat{B} \Rightarrow \hat{BAC} = 2x$$

$$\triangle ABC: \hat{B} + \hat{C} + \hat{BAC} = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$\alpha = 2x + (90^\circ - x) = 90^\circ + x = 90^\circ + 36^\circ = 126^\circ$$

۹۲ - گزینه ۲ اثبات: هر نقطه روی عمود منصف یک پاره‌خط از دو سر پاره‌خط به یک فاصله است.

$$OB = OC \Rightarrow 2x - 1 = x + 2 \Rightarrow x = 3$$



در نتیجه:

$$OB = OC = 2 \times 3 - 1 = 5$$

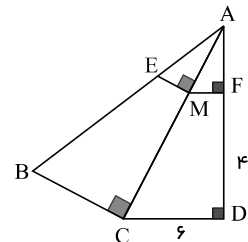
$$OA = OB \Rightarrow OA = 5$$

طبق قضیه گفته شده:

۹۳ - گزینه ۲ در هر کدام از مثلث‌های  $ABC$  و  $ACD$  با توجه به رابطه تالس داریم:

$$\triangle ACD: MF \parallel CD \Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{AM}{MC} \quad (1)$$

$$\triangle ABC: EM \parallel BC \Rightarrow \frac{AE}{EB} = \frac{AM}{MC} \quad (2)$$



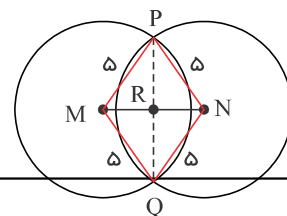
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AF}{FD} = \frac{AE}{EB} \xrightarrow{\text{طبق فرض}} \frac{AF}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow AF = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{MF}{CD} = \frac{AF}{AD} \Rightarrow \frac{MF}{6} = \frac{2}{6} \Rightarrow MF = 2 \Rightarrow S_{\triangle AFM} = \frac{1}{2} \times AF \times MF \Rightarrow S_{\triangle AFM} = \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$$

اکنون به کمک تعمیم قضیه تالس در مثلث  $ACD$  داریم:

۹۴ - گزینه ۲ چون  $MP = PN = NQ = QM = 5$  بنابراین چهارضلعی  $MNPQ$  یک لوزی است. حال باید نشان دهیم این لوزی مربع نیست.

$$MN = 8 \Rightarrow RN = 4 \xrightarrow{\text{قضیه فیثاغورس}} PR = 3 \Rightarrow PQ = 2(3) = 6$$

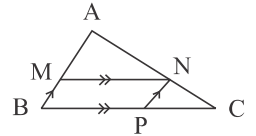


یعنی یک قطر لوزی ۸ و قطر دیگر آن ۶ واحد است بنابراین چون قطرها برابر نیستند، چهارضلعی مورد نظر مربع نیست.





$$S_{MNBP} = S_{\triangle ABC} - (S_{\triangle AMN} + S_{\triangle NPC}) \quad (1)$$



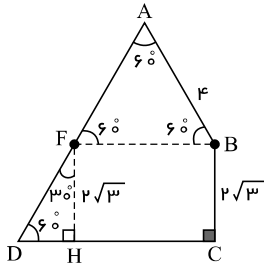
$$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{AM}{AB}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$NP \parallel AB \Rightarrow \triangle NPC \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{S_{\triangle NPC}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{NC}{AC}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$$

$$(1) \Rightarrow \frac{S_{MNBP}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ABC}} - \left(\frac{S_{\triangle AMN}}{S_{\triangle ABC}} + \frac{S_{\triangle NPC}}{S_{\triangle ABC}}\right) = 1 - \left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9}\right) = 1 - \frac{5}{9} = \frac{4}{9}$$

$$\frac{c}{|a-b|} = \frac{\frac{2s}{hc}}{\left|\frac{2s}{ha} - \frac{2s}{hb}\right|} = \frac{\frac{1}{hc}}{\left|\frac{1}{ha} - \frac{1}{hb}\right|} = \frac{\frac{1}{5}}{\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right|} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{5}$$

از B خطی موازی CD رسم می‌کنیم، تا AD را در F قطع کند سپس ارتفاع FH را رسم می‌نماییم.



داریم:

$$\triangle FDH: \tan 30^\circ = \frac{DH}{FH} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{DH}{2\sqrt{3}} \rightarrow DH = 2$$

$$DC = DH + HC = 2 + 4 = 6$$

$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABF} + S_{FBCD} = \frac{\sqrt{3}}{4}(4)^2 + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3}(4+6) \rightarrow S_{ABCD} = 4\sqrt{3} + 10\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$$

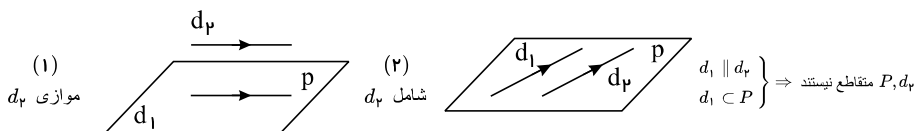
۹۸ - گزینه ۲ دو صفحه عمود بر یک صفحه، لزوماً با یکدیگر موازی نیستند، پس گزینه ۲، در حالت کلی درست نیست.

۹۹ - گزینه ۴ اگر وجه بالایی مکعب مستطیل را به صورت زیر دسته‌بندی کنیم، واضح است که همه مکعب‌های خانه‌های  $b$  و مکعب‌های زیر آنها یعنی  $18 = 3 \times 6$  مکعب باید حذف شوند. بنابراین کم‌ترین مقدار برابر  $m = 18$  است.

$a_1$	$b_1$	$b_2$	$b_3$
$a_2$	$a_3$	$b_4$	$b_5$
$a_4$	$a_5$	$a_6$	$b_6$
$a_7$	$a_8$	$a_9$	$a_{10}$

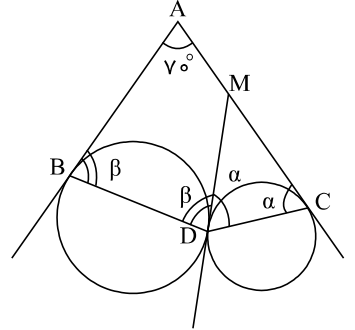
از طرفی حداقل تعداد مکعب‌های لازم در شکل برابر ۱۰ است. (تعداد خانه‌های  $a$  در نمای بالا)، بنابراین حداکثر می‌توان  $M = 48 - 10 = 38$  مکعب را از شکل حذف نمود. در نتیجه  $M - m = 38 - 18 = 20$ .

حل: اگر دو خط در فضا موازی باشند و صفحه‌ای با یکی از دو خط، متقاطع باشد حتماً با دیگری نیز متقاطع خواهد بود در نتیجه گزینه ۴ درست است. و چون خط  $d_1$  در  $P$  قرار دارد دو حالت با  $d_2$  خواهد داشت:



۱۰۱ - گزینه ۴ در نقطه  $D$ ،  $MD$  مماس بر دایره‌ها می‌باشد. داریم:

$$\begin{aligned} \widehat{M\hat{D}C} = \widehat{M\hat{C}D} = \alpha &= \frac{\widehat{DC}}{2} \\ \widehat{A\hat{B}D} = \widehat{M\hat{D}B} = \beta &= \frac{\widehat{BD}}{2} \\ ABDC : \widehat{A} + \beta + \beta + \alpha + \alpha &= 360^\circ \\ \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{390^\circ}{2} = 195^\circ &\Rightarrow \widehat{B\hat{D}C} = 145^\circ \end{aligned}$$

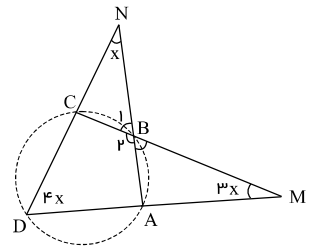


۱۰۲ - گزینه ۴ مرکز دایره است. داریم:

$$\begin{aligned} 3x + 9x = 180^\circ &\Rightarrow 12x = 180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ \\ \widehat{P\hat{O}Q} = \widehat{P\hat{N}Q} = 6x = 6 \times 15 &= 90^\circ \end{aligned}$$

۱۰۳ - گزینه ۱

$$\begin{aligned} \widehat{B\hat{C}D} = \hat{x} + \hat{B}_1, \widehat{D\hat{C}M} : 4x + 3x + \widehat{B\hat{C}D} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 4x + 3x + x + \hat{B}_1 = 180^\circ &\Rightarrow 8x = 180^\circ - \hat{B}_1 = \hat{B}_2 \Rightarrow \hat{B}_2 = 8x \end{aligned}$$

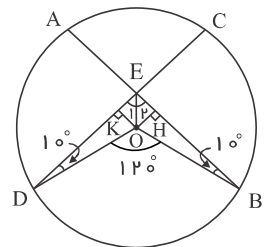


چهارضلعی  $ABCD$  محاطی است. داریم:

$$\hat{D} + \hat{B}_2 = 180^\circ \Rightarrow 4x + 8x = 180^\circ \Rightarrow 12x = 180^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$$

۱۰۴ - گزینه ۳ می‌دانیم که فاصله دو وتر مساوی از مرکز دایره یکسان است:

$$\begin{cases} AB = CD \\ H = K = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow OH = OK \Rightarrow \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2, EH = EK \quad (1)$$



$$\widehat{O} = 120^\circ = 10^\circ + 10^\circ + \widehat{DEB} \Rightarrow \widehat{DEB} = 100^\circ$$

$$\Rightarrow DK = BH, (1) \Rightarrow DE = BE$$

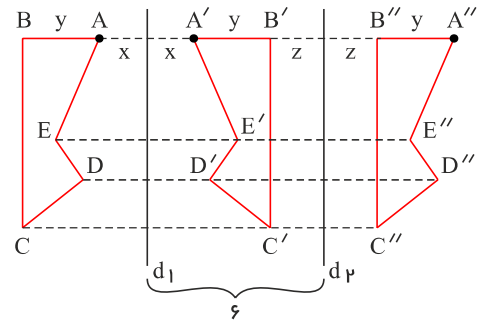
$$DE = BE, OE \text{ مشترک } \widehat{E}_1 = \widehat{E}_2 \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{D} = 10^\circ$$

$$\widehat{O} = 120^\circ = 10^\circ + 10^\circ + \widehat{DEB} \Rightarrow \widehat{DEB} = 100^\circ$$

۱۰۵ - گزینه ۳ می‌دانیم که بازتاب محوری، در حالت کلی، جهت شکل را فرینه می‌کند. جهت  $A'B'C'D'E'$  ساعتگرد است. جهت  $A''B''C''D''E''$  فرینه آن و پادساعتگرد می‌باشد. می‌بینیم که جهت  $ABCDE$  با جهت  $A''B''C''D''E''$  یکسان و پادساعتگرد است. از طرفی می‌دانیم که ترکیب دو بازتاب محوری، با محورهای موازی، یک انتقال است که طول بردار انتقال دو بردار

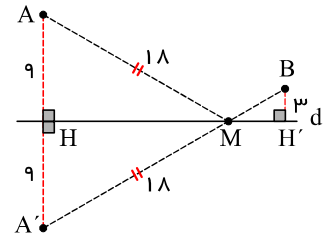


$$x + y + z = 6, AA'' = 2x + 2y + 2z = 2(x + y + z) = 12$$



۱۰۶ - گزینه ۴ برای یافتن نقطه  $M$  که مسیر کوتاهترین باشد، بازتاب  $A$  نسبت به  $d$  را به  $B$  وصل می‌کنیم. داریم:

$$\begin{aligned} AM + MB &= A'M + MB = A'B = 24 \\ \triangle A'MH &\sim \triangle MBH' \Rightarrow \frac{3}{9} = \frac{MB}{A'M} \Rightarrow \frac{3}{12} = \frac{MB}{A'B = 24} \Rightarrow MB = 6 \\ &\Rightarrow A'M = 18 = AM \\ \triangle AMH : \sin \hat{AMH} &= \frac{9}{18} = \frac{1}{2} \Rightarrow \hat{AMH} = 30^\circ \end{aligned}$$



$$\hat{HAM} = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$$

۱۰۷ - گزینه ۳ روش اول:

اگر بردار  $\vec{v}$  به صورت  $\vec{v}(h, k)$  باشد داریم:

$$\begin{aligned} (x, y) \rightarrow (x+h, y+k) &= (x', y') \Rightarrow \begin{cases} x' = x+h \\ y' = y+k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = x' - h \\ y = y' - k \end{cases} \\ \Rightarrow y = 2x + 5 \rightarrow y' - k &= 2(x' - h) + 5 \Rightarrow y' - k = 2x' - 2h + 5 \\ \Rightarrow y' &= 2x' + k - 2h + 5 \end{aligned}$$

معادله دوران یافته خط به صورت زیر است:

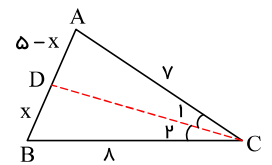
$$2x + k - 2h + 5 = (m-1)x + 7 \Rightarrow m-1 = 2 \Rightarrow m = 3$$

روش دوم:

در تبدیل انتقال، شیب خط حفظ می‌شود، بنابراین شیب دو خط برابر است. داریم:

$$m-1 = 2 \Rightarrow m = 3$$

۱۰۸ - گزینه ۳ نیمساز زاویه کوچکتر بر ضلع کوچکتر وارد می‌شود.



راه دوم: طبق قضیه نیمساز داریم:

$$C_1 = C_2 \Rightarrow \frac{x}{5-x} = \frac{8}{7}$$

$$\Rightarrow 7x = 40 - 8x \Rightarrow 15x = 40 \Rightarrow x = \frac{8}{3}$$

$$5-x = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{8}{3}} = \frac{7}{8}$$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{7}{8}$$

۱۰۹ - گزینه ۳

$\triangle ABC$  قضیه کسینوسها در مثلث  $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cdot \cos \hat{ACB}$

$$16 = 25 + 36 - 2 \times 5 \times 6 \times \cos \hat{ACB} \Rightarrow \cos \hat{ACB} = \frac{3}{4}$$

زاویه  $DCE$  مکمل  $ACB$  می‌باشد پس داریم:

$$\hat{DCE} = \pi - \hat{ACB} \Rightarrow \cos \hat{DCE} = -\cos \hat{ACB} = -\frac{3}{4}$$



$$\triangle DCE \text{ قضیه کسینوسها در مثلث } DE^2 = 3^2 + 6^2 - 2 \times 3 \times 6 \times \left(-\frac{3}{4}\right) = 9 + 36 + 27$$

$$\Rightarrow DE^2 = 72 \Rightarrow DE = 6\sqrt{2}$$

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle AOB} + S_{\triangle AOC} + S_{\triangle BOC}$$

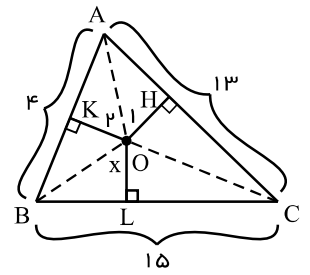
$$S_{\triangle ABC} = \frac{2 \times 4}{2} + \frac{1 \times 13}{2} + \frac{x \times 15}{2} = \frac{15x + 21}{2} \quad (1)$$

$$\text{دستور هرولن در مساحت } \triangle ABC : P = \frac{4 + 13 + 15}{2} = 16$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{\underbrace{16(16-4)}_{12} \underbrace{(16-13)}_3 \underbrace{(16-15)}_1} = 24$$

$$(1) : 24 = \frac{15x + 21}{2} \Rightarrow 15x = 27 \Rightarrow x = \frac{9}{5} = 1,8$$

۱۱۰ - گزینه ۲ مطابق شکل داریم:



۱۱۱ - گزینه ۲

نکته: اگر  $A$  ماتریس مربعی  $n \times n$  باشد و  $k \in \mathbb{R}$  آنگاه:

$$\begin{aligned} ۱) |kA| &= k^n |A| \\ ۲) |A^n| &= |A|^n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A^T &= -I \Rightarrow |A^T| = |-I| \Rightarrow |A|^T = (-1)^T |I| = 1 \xrightarrow{|A| > 0} |A| = 1 \\ |I - A|^T &= |(I - A)^T| = |I^T - 2AI + A^T| = |I - 2A - I| \\ &= |-2A| = (-2)^T |A| = 4 \times 1 = 4 \Rightarrow |I - A| = \pm 2 \end{aligned}$$

۱۱۲ - گزینه ۱

$$3A - 2X = 4I$$

$$3 \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 6 \end{bmatrix} - 2X = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 6 & -6 \\ 12 & 18 \end{bmatrix} - 2X = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$2X = \begin{bmatrix} 2 & -6 \\ 12 & 14 \end{bmatrix} \Rightarrow X = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$$

۱۱۳ - گزینه ۴ نکته: اگر  $A$  ماتریس مربعی مرتبه  $n \times n$  بوده و  $k$  عددی حقیقی باشد:  $|kA| = k^n |A|$

$$A^T = A + I, \quad |A| = -1$$

$$(A + 2I)^T = A^T + 4A + 4I = A^T + 4(A + I) = 5A^T$$

$$|A + 2I|^T = |5A^T| = 5^n |A^T| = 5^n |A|^T = 125 \times (-1)^T = 125 \Rightarrow |A + 2I| = \pm \sqrt{125} = \pm 5\sqrt{5}$$

۱۱۴ - گزینه ۲

$$(A - B)^T = A^T + B^T - (AB + BA)$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 4 & 18 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} - (AB + BA)$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 12 \\ 0 & 21 \end{bmatrix} - (AB + BA) \rightarrow AB + BA = \begin{bmatrix} -1 & 12 \\ 0 & 15 \end{bmatrix}$$

۱۱۵ - گزینه ۴

نکته: در دستگاه  $\begin{cases} ax + by = c \\ cx + dy = c' \end{cases}$  با شرط  $|A| = ad - bc \neq 0$  جواب‌های دستگاه از دستور  $X = A^{-1}B$  حاصل می‌شود که در آن  $A$  ماتریس ضرایب و  $B$  مقادیر ثابت سمت راست دستگاه می‌باشد.

$$\begin{cases} ax + by = 1 \\ cx + dy = -1 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}}_X = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}_B \Rightarrow AX = B \xrightarrow{\times A^{-1}} A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$\Rightarrow X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{ad - bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d + b \\ -c - a \end{bmatrix} \Rightarrow X = b + d$$

۱۱۶ - گزینه ۳

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & x+1 \\ 2 & x+2 & 0 \\ k & 0 & x \end{vmatrix} = 0 \xrightarrow{\text{ساروس}} x(x+2) - k(x+1)(x+2) = 0$$

$$\Rightarrow (x+2)[x - k(x+1)] = 0 \Rightarrow \begin{cases} x+2=0 \rightarrow x=-2 \\ x(1-k) - k = 0 \rightarrow x = \frac{k}{1-k} \end{cases}$$

حال برای آنکه ریشه مضاعف داشته باشیم، بایستی:



با توجه به گزینه ها، اگر دترمینان ماتریس را با بسط بر حسب سطر سوم به دست آوریم، داریم:

$$|A| = 3 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 12 \end{vmatrix} - 7 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 12 \end{vmatrix} + 1 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 3 \times 9 - 7 \times 0 + 1 \times (-3)$$

واضح است که با تغییر مقدار  $a_{33} = 7$ ، دترمینان تغییر نمی کند، چون برای محاسبه دترمینان، این درایه در صفر ضرب می شود، ولی با تغییر درایه  $a_{33}$ ، حاصل دترمینان عوض می شود.

اگر دترمینان ماتریس را با بسط بر حسب سطر دوم به دست آوریم، داریم:

$$|A| = -4 \times \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 7 & 1 \end{vmatrix} + 5 \times \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} - 12 \times \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= -4 \times (-19) + 5 \times (-8) - 12 \times 1$$

همان طور که دیده می شود با تغییر درایه های  $a_{22}$  و  $a_{23}$ ، مقدار دترمینان عوض می شود.

$$A^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$A^T = A^T A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -1 \\ \frac{2}{3} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -1 \\ \frac{2}{3} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} = -I$$

$$\rightarrow A^T = -I \xrightarrow{\text{طرفین به توان ۳۳}} A^{99} = -I \xrightarrow[\text{ضرب می کنیم}]{\text{طرفین را در } A^2} A^{101} = -A^2$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} = 2A$$

$$A^2 = 2A \xrightarrow{\times A} A^3 = 2A^2 = 2(2A) = 4A = 2^2 A$$

$$A^2 = 2A \xrightarrow{\times A} A^4 = 4A^2 = 4(2A) = 8A = 2^3 A$$

بنابراین:

$$A^n = 2^{n-1} A$$

$$\begin{cases} ax + by = m \\ cx + dy = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 3m - 4 = x \\ 2m = 2 \rightarrow m = 1 \end{cases}$$

$$\rightarrow 3(1) - 4 = x \rightarrow x = -1$$

۱۲۱ - گزینه ۳  $a - 3$  مقسوم علیه ۱۰۸ است. پس باید تعداد مقسوم علیه‌های طبیعی ۱۰۸ را به دست آوریم:

$$108 = 2^2 \times 3^3 \Rightarrow \text{تعداد مقسوم علیه‌های } 108 \text{ برابر } 12 \text{ است}$$

$a - 3$ ، ۱۲ مقدار طبیعی دارد که به ازای تمامی آنها  $a$  مقداری طبیعی اختیار می‌کند. به علاوه، به ازای  $a - 3 = -1$  و  $a - 3 = -2$  دو مقدار طبیعی برای  $a$  به دست می‌آید پس در مجموع ۱۴ مقدار طبیعی برای  $a$  به دست می‌آید.

۱۲۲ - گزینه ۳ چون معادله هم‌نهمی  $(a^2 + 4)x \equiv 1 \pmod{1}$  جواب دارد پس داریم:  $(a^2 + 4, 4) | 1$ ؛ بنابراین  $(a^2 + 4, 4) = 1$  پس  $a$  عددی فرد است و چون  $a$  عددی فرد است،  $a^2$  به صورت  $4k + 1$  می‌باشد. بنابراین  $a^2 \equiv 1 \pmod{4}$  پس چون  $4 | 8$ ،  $a^2 \equiv 1 \pmod{8}$  اکنون می‌توان نوشت:

$$(a^2 + 4)x \equiv 1 \xrightarrow{a^2 + 4 \equiv 1} x \equiv 1 \rightarrow x = 4k + 1 \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۱۲۳ - گزینه ۱ طبق صورت مسئله مجموع دو عدد مربع کامل عددی فرد شده؛ پس یکی از اعداد  $x$  یا  $y$  زوج دیگری فرد می‌باشد، فرض می‌کنیم  $x = 2k$  و  $y = 2k' + 1$  پس داریم:

$$x^2 + y^2 = 4k^2 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 4q + 1$$

در حالی که عدد ۷۳۵ در تقسیم بر ۴ باقیمانده ۳ می‌آورد؛ بنابراین معادله داده شده در مجموعه اعداد صحیح جواب ندارد.

۱۲۴ - گزینه ۱

$$\text{نکته: } a|b \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} a|kb$$

$$n^2 + 2|n + 6 \xrightarrow[\times(n-6)]{\text{سمت راست}} n^2 + 2|(n-6)(n+6) \Rightarrow n^2 + 2|n^2 - 36$$

$$\text{می‌دانیم: } \left. \begin{array}{l} n^2 + 2|n^2 - 36 \\ n^2 + 2|n^2 + 2 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تفاضل}} n^2 + 2|38 \Rightarrow n^2 + 2 \in \{-38, -19, -2, -1, 1, 2, 19, 38\}$$

$$\rightarrow n^2 \in \{-40, -21, -4, -3, -1, 0, 17, 36\}$$

جز  $n = 0, 6, -6$  : مقادیر صحیح به دست آمده از معادلات فوق عبارت‌اند از  $\rightarrow$

که به علت آنکه  $0 \neq n - 6$  می‌باشد پس  $n = 6$  قابل قبول نیست.

۱۲۵ - گزینه ۲

$$y = \frac{4x+1}{x-2} \in \mathbb{Z} \Rightarrow \text{باید: } x - 2 | 4x + 1 \xrightarrow{x-2|x-2} x - 2 | 4x + 1 - 4(x-2)$$

$$\Rightarrow x - 2 | 9 \Rightarrow x - 2 \in \{-9, -3, -1, 1, 3, 9\} \xrightarrow{+2} x \in \{-7, -1, 1, 3, 5, 11\}$$

چون قرار است نقطه مورد نظر در ربع دوم باشد بایستی  $x < 0$  و  $y > 0$  باشد.

$$x = -1 \rightarrow y = \frac{4x+1}{x-2} = 1 \rightarrow \text{در ربع دوم است.}$$

$$x = -7 \rightarrow y = \frac{4x+1}{x-2} = \frac{-27}{-9} = 3 \rightarrow \text{در ربع دوم است.}$$

۱۲۶ - گزینه ۳

$$x^2 - 8x + 15 \equiv 0 \Rightarrow (x-5)(x-3) \equiv 0$$

$$1) \quad x - 5 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 5 \equiv 1 \Rightarrow x = 4k + 1 \quad \leftrightarrow \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$2) \quad x - 3 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 3 \Rightarrow x = 4k + 3 \quad \leftrightarrow \quad (k \in \mathbb{Z})$$

$$3) \quad \begin{cases} x - 3 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 3 \equiv 1 \\ x - 5 \equiv 0 \Rightarrow x \equiv 5 \equiv 1 \end{cases} \Rightarrow x = 2k + 1 \quad \leftrightarrow \quad (k \in \mathbb{Z})$$

۱۲۷ - گزینه ۴ چون باقی‌مانده این عدد بر ۳۳ برابر ۱ است. پس باقی‌مانده آن بر ۳ و ۱۱ نیز برابر ۱ است:

$$(I) \quad A = a83b5 \equiv 1 \xrightarrow{\text{جمع ارقام}} 5 + b + 3 + 8 + a \equiv 1 \Rightarrow a + b \equiv 1 - 16 = -15 \Rightarrow a + b \equiv 0$$

$$\Rightarrow a + b = 3, 6, 9, 12, 15, 18$$

$$(II) \quad A = a83b5 \equiv 1 \Rightarrow 5 - b + 3 - 8 + a \equiv 1 \Rightarrow a - b \equiv 1 \Rightarrow \begin{cases} (a, b) = (2, 1) \\ (a, b) = (5, 4) \\ (a, b) = (8, 7) \end{cases}$$

۱۲۸ - گزینه ۴ طبق معادله  $(a+b)^n - a^n - b^n \equiv 0$  بنابراین داریم:



در نتیجه کافی است باقی مانده تقسیم  $۲^{۵۰}$  را بر  $۲۲$  بیابیم:

$$۲^۶ \equiv ۶۴ \equiv -۲ \pmod{۲۲} \rightarrow ۲^{۵۰} = (۲^۶)^8 \times ۲^۲ \equiv (-۲)^8 \times ۲^۲ = ۲^{۱۰} \equiv ۲^۶ \times ۲^۴ \equiv -۲ \times ۱۶ \equiv -۳۲ \equiv ۱۲ \pmod{۲۲}$$

۱۲۹ - گزینه ۱ می توان نتیجه گرفت  $xy۲۵۴۱$  بر ۹ و ۱۱ بخش پذیر است بنابراین:

$$\overline{xy۲۵۴۱} \equiv ۹ \pmod{۰} \rightarrow ۱ + ۴ + ۵ + ۲ + x + y \equiv ۰ \pmod{۹}$$

$$\overline{xy۲۵۴۱} \equiv ۱۱ \pmod{۰} \rightarrow ۱ - ۴ + ۵ - ۲ + y - x \equiv ۰ \pmod{۱۱}$$

از اینجا ۱۵ یا ۶ یا  $x + y = ۶$  و  $x + y = ۰$  در نتیجه  $y - x = ۰$  و  $۳ = y = x$  تنها یک جواب دارد.

۱۳۰ - گزینه ۱ طبق فرض مسئله:

$$۶۱۴ = ۱۱b + r, \quad ۰ \leq r < b$$

می توان نوشت:

$$r = ۶۱۴ - ۱۱b \rightarrow ۰ \leq ۶۱۴ - ۱۱b < b \rightarrow ۵۲ \leq b \leq ۵۵$$

بنابراین  $b$  می توان مقادیر ۵۲، ۵۳، ۵۴ و ۵۵ را اختیار کند.



۱۳۱ - گزینه ۳ هر مسیر از رأس  $a$  به رأس  $b$  که از یال  $cd$  عبور کند، از ۳ بخش (از رأس  $a$  به رأس  $c$ ، یال  $cd$  و از رأس  $d$  به رأس  $b$ ) تشکیل شده است. از رأس  $a$  به رأس  $c$ ، ۳ مسیر موجود است که در صورت انتخاب هر یک از مسیرهای  $ac$  یا  $aec$  از رأس  $d$  به رأس  $b$  می توان از هر یک از ۳ مسیر  $db$ ،  $dfb$  و  $dgb$  استفاده نمود ولی در صورت انتخاب مسیر  $aegc$ ، تنها یکی از دو مسیر  $db$  و  $dfb$ ، بین دو رأس  $d$  و  $b$  امکان پذیر است. بنابراین مسیرهای موجود از رأس  $a$  به رأس  $b$  که شامل یال  $cd$  باشند، برابر با:

$$2 \times 3 + 1 \times 2 = 8$$

۱۳۲ - گزینه ۲ اگر  $\gamma(G) = 1$  یعنی حداقل یک رأس این گراف به تمام رأس های دیگر متصل است. پس چنین گرافی حداقل  $p - 1$  یال و حداکثر  $\frac{p(p-1)}{2}$  یال خواهد داشت.

$$\frac{5 \times 4}{2} = 10$$

۱۳۳ - گزینه ۳ نکته: در هر گراف، هر رأس خودش و تمام رئوس مجاورش را احاطه می کند.

می دانیم: بزرگ ترین درجه یک رأس ۵ است. پس این رأس تعداد  $5 + 1$  رأس را می تواند احاطه کند.

۱۳۴ - گزینه ۲ در گزینه ۲ مجموعه  $B$  اولاً یک مجموعه احاطه گر است و ثانیاً اگر عضوی از آن را حذف کنیم، مجموعه حاصل دیگر احاطه گر نخواهد بود.

۱۳۵ - گزینه ۴

نکته: اگر  $G$  گراف ساده مرتبه  $p$  و اندازه  $q$  باشد، مکمل آن گرافی است با نماد  $G'$  با  $p$  رأس و  $q'$  یال که با افزودن یال های آن به گراف  $G$ ، حاصل گراف کامل مرتبه  $p$  خواهد بود. این یعنی:

$$q(G) + q(G') = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$q(K_p) = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2}, \quad q(K_p) = \frac{pr}{2} \quad (\text{گراف } r\text{-منظم مرتبه } p)$$

$$q(G) + q(G') = q(K_p) \Rightarrow \frac{4p}{2} + 25 = \frac{p(p-1)}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{p(p-1)}{2} - \frac{4p}{2} = 25 \Rightarrow p(p-1) - 4p = 50$$

$$\Rightarrow p(p-5) = 50 = 10 \times 5 \Rightarrow p = 10$$

۱۳۶ - گزینه ۱ می دانیم مجموع درجات رئوس گراف، دو برابر تعداد یال های آن است. اگر مجموع درجات رئوس زوج را با  $A$  و مجموع درجات رئوس فرد گراف را با  $B$  نمایش دهیم، داریم:

$$2q = A + B \Rightarrow 64 = 54 + B \Rightarrow B = 10$$

با توجه به این که  $\Delta = 4$  است، پس این گراف نمی تواند رأسی با درجه بزرگ تر از ۴ داشته باشد، بنابراین رئوس فرد گراف فقط می توانند از درجه ۱ یا ۳ باشند. اعداد گزینه های دیگر بر اساس حالت های زیر امکان پذیر هستند.

گزینه ۲: گراف سه رأس درجه ۳ و یک رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه ۳: گراف دو رأس درجه ۳ و چهار رأس درجه ۱ داشته باشد.

گزینه ۴: گراف یک رأس درجه ۳ و هفت رأس درجه ۱ داشته باشد.

۱۳۷ - گزینه ۴ حداکثر اندازه یک گراف ناهمبند از مرتبه  $p$  مربوط به حالتی است که گراف از یک رأس تنها و یک گراف کامل مرتبه  $p - 1$  تشکیل شده باشد حال اگر گراف با حذف یک یال ناهمبند شود یعنی رأس تنها را با یک یال به یکی از رئوس گراف  $K_{p-1}$  وصل کرده ایم در این صورت اندازه گراف مفروض برابر است با  $\frac{(p-1)(p-2)}{2} + 1$  و با فرض  $p = 10$  داریم:

$$q_{\max} = \frac{(9)(8)}{2} + 1 = 37$$

۱۳۸ - گزینه ۱

نکته: زیر مجموعه  $D$  از مجموعه رئوس گراف  $G$  را مجموعه احاطه گر نامند هرگاه هر رأس از گراف یا در  $D$  باشد یا حداقل با یکی از رئوس  $D$  مجاور باشد.

با توجه به نکته فوق مجموعه  $A = \{a, c, g, i\}$  یک مجموعه احاطه گر نیست زیرا هیچ یک از رئوس مجموعه  $A$  رأس  $e$  را احاطه نمی کند.

۱۳۹ - گزینه ۳ نکته: زیرمجموعه  $D$  از مجموعه رئوس گراف  $G$  را مجموعه احاطه گر می نامیم، هرگاه هر رأس از گراف یا در  $D$  باشد یا حداقل با یکی از رئوس  $D$  مجاور باشد.

نکته: در بین تمام مجموعه های احاطه گر گراف  $G$ ، مجموعه یا مجموعه های احاطه گری که کم ترین تعداد عضو را دارد، مجموعه احاطه گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه ای را عدد احاطه گری گراف  $G$  می نامیم و با  $\gamma(G)$  نمایش می دهیم. به مجموعه احاطه گر مینیمم گراف، یک  $\gamma$ -مجموعه هم می گوئیم.

مجموعه  $\{f, d\}$  احاطه گر نیست، زیرا رأس  $b$  در آن موجود نیست و با هیچ کدام از اعضای آن نیز مجاور نیست. بنابراین قسمت «الف» نادرست است.

در این گراف هر دو رأس مقابل تشکیل یک  $\gamma$ -مجموعه می دهند. پس این گراف کلاً سه  $\gamma$ -مجموعه دارد که همگی دوعضوی هستند. پس قسمت «ب» درست است.

مجموعه «ت» احاطه گر مینیمال نمی باشد زیرا با حذف رأس  $x$  مجموعه  $\{b, c\}$  احاطه گر می باشد. عدد احاطه گری این گراف برابر  $\gamma(G) = 2$  است؛ زیرا یک مجموعه احاطه گر مینیمم برای آن به صورت  $\{a, d\}$  است.



$$2q_{\min} = 5 + 3 + 16 \times 2 = 40 \Rightarrow q_{\min} = 20$$

بیشترین اندازه گراف مربوط به حالتی است که گراف فقط یک رأس از درجه  $\delta = 2$  داشته و سایر رأسها از درجه  $\Delta = 5$  باشند که مانند حالت قبل چون تعداد رئوس فرد گراف باید عددی زوج باشد، چنین گرافی لزوماً یک رأس از درجه 2، یک رأس از درجه 4 و 16 رأس از درجه 5 دارد.  
داریم:

$$2q_{\max} = 16 \times 5 + 4 + 2 = 86 \Rightarrow q_{\max} = 43$$

یعنی  $20 \leq q \leq 43$  است، پس اندازه گراف، 24 مقدار متمایز می تواند داشته باشد.

۱۴۱ - گزینه ۳ گاهی برای یکای کمیت‌های فرعی در SI نام خاصی قرار داده می‌شود که ضمن احترام به فعالیت‌های علمی دانشمندان گذشته، سبب سهولت در گفتار و نوشتار نیز می‌شود. برای پیدا کردن یکای SI بر حسب یکای فرعی از روابط فیزیکی مناسب استفاده می‌کنیم:

$$j \rightarrow k = \frac{1}{\gamma} m v^2 \Rightarrow j = (kg) \left(\frac{m}{s}\right)^2 = \frac{kg \cdot m^2}{s^2}$$

۱۴۲ - گزینه ۱ ابتدا قضیه کار - انرژی جنبشی را بین دو نقطه A و B می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} = K_B - K_A \Rightarrow -mg\Delta h = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$\Rightarrow -5 \times 10 \times (-0.8) = \frac{1}{2} \times 5 \times v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 16 \Rightarrow v_B = 4 \frac{m}{s}$$

اکنون با نوشتن قضیه کار - انرژی جنبشی بین دو نقطه B و C (فشرده‌گی کامل فنر) داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{فنر}} = K_C - K_B$$

$$\Rightarrow -mg\Delta h_{BC} + W_{\text{فنر}} = -\frac{1}{2} \times m \times v_B^2$$

$$\Rightarrow -5 \times 10 \times (-0.2) + W_{\text{فنر}} = -\frac{1}{2} \times 5 \times 4^2$$

$$\Rightarrow +10 + W_{\text{فنر}} = -40 \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -50 J$$

می‌دانیم انرژی پتانسیل کشسانی فنر، برابر منفی کار نیروی فنر است، پس:

$$\Delta U_{\text{فنر}} = -W_{\text{فنر}} = -(-50 J) \Rightarrow \Delta U_{\text{فنر}} = +50 J$$

۱۴۳ - گزینه ۲ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{عمودی سطح}} + W_F = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow W_F = 800 - \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow Fd = 800 - \frac{1}{2} \times 6 \times 10^2 = 500$$

$$\Rightarrow Fd = +500 \Rightarrow F \times 20 = 500 J \Rightarrow F = +25 N$$

یعنی نیروی ۲۵N باید در جهت حرکت جسم به جسم وارد شود.

۱۴۴ - گزینه ۱

$$W_f = \Delta E \Rightarrow -\frac{1}{\gamma} E_1 = E_2 - E_1 \Rightarrow \frac{1}{\gamma} E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{\gamma} (mgh + \frac{1}{2} m V_1^2) = \frac{1}{\gamma} m V_2^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\gamma} \times (10 \times 25 + \frac{1}{2} \times 100) = \frac{1}{\gamma} V_2^2 \Rightarrow V_2^2 = 300 \Rightarrow V = \sqrt{300} \Rightarrow V = 10\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

۱۴۵ - گزینه ۲

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow P_g = P_{\text{کس}} - P_o = \rho gh \Rightarrow 2800 = \rho \times 10 \times 0.35 \Rightarrow \rho = 800 \frac{kg}{m^3}$$

۱۴۶ - گزینه ۳

$$\Delta P = \rho gh \Rightarrow 104600 - 103000 = \rho \times 10 \times 0.2 \Rightarrow \rho_{\text{مغ}} = 800 \frac{kg}{m^3}$$

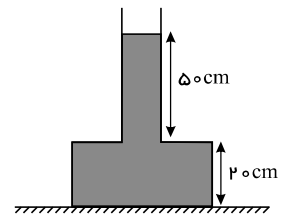
دانستیم که اگر چگالی جسم بیشتر از چگالی مایع باشد، جسم در مایع فرو می‌رود و اگر چگالی آن کمتر از چگالی مایع باشد، به طرف بالا (سطح مایع) می‌آید. بنابراین از آنجا که جسم در مایع غوطه‌ور و در حال تعادل است، چگالی آن برابر با چگالی مایع خواهد بود:

$$\rho_{\text{مکعب}} = \rho_{\text{مغ}} = 800 \frac{kg}{m^3}$$

$$\rho_{\text{مکعب}} = \frac{m}{V} \Rightarrow m = 800 \times (0.2)^3 = 6.4 kg$$



$$\Delta F_{\text{ظرف}} = \rho g \Delta h \cdot A = 1000 \times 10 \times 0,55 \times 50 \times 10^{-4} = 27,5 N$$



از طرفی به میزان وزن اضافه شده، به نیروی وارد بر سطح تکیه گاه اضافه می‌شود:

$$\Delta F_{\text{تکیه گاه}} = W_{\text{اضافه شده}} = mg = \rho Vg = 1000 \times 0,5 \times 10^{-3} \times 10 = 5 N$$

۱۴۸ - گزینه ۳ اگر چگالی ۶ درصد کاهش یابد می‌توان نوشت:

$$\Delta \rho = -\frac{0,6}{100} \rho_1 = -\frac{6}{1000} \rho_1$$

از طرفی داریم:

$$\Delta \rho = -\rho_1 \alpha \Delta T \Rightarrow \frac{\Delta \rho}{\rho_1} = -\alpha \Delta T \Rightarrow -\frac{6}{1000} = -\alpha \Delta T$$

$$\Rightarrow \Delta T = \theta \Rightarrow \frac{6}{1000} = \alpha \theta \Rightarrow \alpha \theta = \frac{2}{1000}$$

اگر  $\Delta T = 2\theta$  برای درصد افزایش طول داریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \frac{L_1 \alpha \Delta T}{L_1} \times 100 = \alpha \times 2\theta \times 100 = 200 \times \frac{2}{1000} = 0,4\%$$

۱۴۹ - گزینه ۱ ۶۰ درصد انرژی جنبشی چکش در حین برخورد صرف افزایش دمای میخ می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$Q = \frac{60}{100} \Delta K \Rightarrow mc \Delta T = \frac{60}{100} \times \frac{1}{2} M v^2$$

$$\Rightarrow \frac{20}{1000} \times 450 \times \Delta T = \frac{60}{100} \times \frac{1}{2} \times 1,5 \times 5^2 \Rightarrow \Delta T = 1,25 K = 1,25^\circ C$$

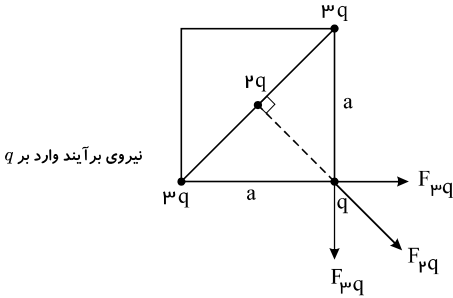
۱۵۰ - گزینه ۳ با استفاده از رابطه  $\rho_2 = \rho_1 (1 - \beta \Delta T)$  ضریب انبساط حجمی الکل را به دست می‌آوریم.

$$\rho_2 = \rho_1 (1 - \beta \Delta T) \xrightarrow[\Delta T = 50^\circ C]{\rho_1 = 800 \frac{kg}{m^3}, \rho_2 = 756 \frac{kg}{m^3}} 756 = 800 (1 - \beta \times 50) \Rightarrow 756 = 800 - 800 \times 50 \beta$$

$$\Rightarrow 4 \times 10^4 \beta = 800 - 756 \Rightarrow 4 \times 10^4 \beta = 44 \Rightarrow \beta = 1,1 \times 10^{-3} \frac{1}{K}$$

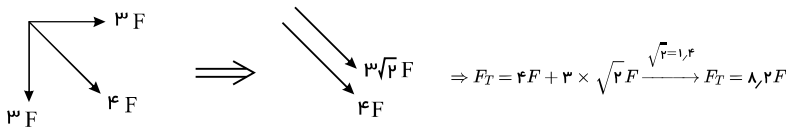
۱۵۱ - گزینه ۱ برآیند نیروهای وارد بر بارهای  $q$  و  $2q$  را به طور جداگانه حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} F_{Tq} = 3F \\ F_{T2q} = 4F \end{cases} \text{ برای ساده‌سازی اگر } F = \frac{kqq}{a^2} \text{ باشد. طبق نکته } F \propto q' \times \frac{1}{r^2} \text{ خواهیم داشت:}$$

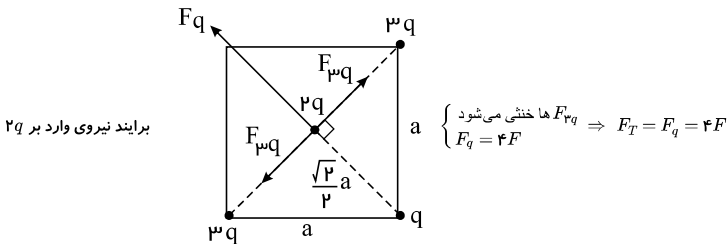


نیروی برآیند وارد بر  $q$

پس:



و برای بار  $2q$  داریم:



برایند نیروی وارد بر  $2q$

$$\begin{cases} F_{Tq} = 4F \\ F_{T2q} = 4F \end{cases} \Rightarrow F_T = F_q = 4F$$

سؤال نسبت نیروی برآیند را خواسته است، پس:

$$\frac{F_{Tq}}{F_{T2q}} = \frac{11F}{4F} = 2,75$$

۱۵۲ - گزینه ۳ می‌دانیم در چنین حالتی، کار عامل خارجی برابر تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی است. بنابراین برای تعیین کار لازم برای وارد کردن دی‌الکتریک، تغییر انرژی خازن را در دو حالت مختلف محاسبه می‌کنیم:

$$\text{انرژی اولیه خازن: } U_1 = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^2 = 1000 \mu J = 1 mJ$$

$$\text{انرژی خازن پس از وارد کردن دی‌الکتریک: } U_f = \frac{1}{2} (\kappa C) V^2 = \frac{1}{2} \times (4 \times 20) \times 10^2 = 4000 \mu J = 4 mJ$$

$$W = \Delta U = 4 - 1 = 3 mJ$$

۱۵۳ - گزینه ۳ شرط معلق ماندن قطره‌های روغن مساوی و خلاف جهت بودن نیروی وزن و نیروی الکتریکی میدان است. بنابراین:  $F = mg$

$$Eq = mg \Rightarrow 5 \times 10^{-5} \times q = 5,6 \times 10^{-13} \Rightarrow q = \frac{5,6 \times 10^{-13}}{5 \times 10^{-5}}$$

از طرفی هم می‌دانیم  $q = ne$ ، که تعداد الکترون ( $n$ ) را می‌خواهیم:

$$q = ne \Rightarrow \frac{5,6 \times 10^{-13}}{5 \times 10^{-5}} = n \times 1,6 \times 10^{-19} \Rightarrow \frac{5,6}{5} \times 10^{-18} = n \times 1,6 \times 10^{-19}$$

$$\Rightarrow n = \frac{5,6}{5 \times 1,6} \times 10 = 7$$

۱۵۴ - گزینه ۲

$$\text{هر دو کلید باز: } I' = \frac{\mathcal{E}}{R_A + R_B + R_C} = \frac{\mathcal{E}}{3R} \Rightarrow V = RI = R \times \frac{\mathcal{E}}{3R} = \frac{\mathcal{E}}{3}$$

$$\text{کلید } K \text{ بسته: } I' = \frac{\mathcal{E}}{R_A + R_B} = \frac{\mathcal{E}}{2R} \Rightarrow V' = RI' = R \times \frac{\mathcal{E}}{2R} = \frac{\mathcal{E}}{2}$$

$$\text{کلید } K \text{ و } K' \text{ بسته: } I'' = \frac{\mathcal{E}}{R_B} = \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow V'' = RI'' = R \times \frac{\mathcal{E}}{R} = \mathcal{E}$$

۱۵۵ - گزینه ۲ اگر در رابطه  $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ ،  $I$  بر حسب آمپر و  $\Delta q$  بر حسب آمپر ساعت باشد،  $\Delta t$  نیز بر حسب ساعت خواهد بود.

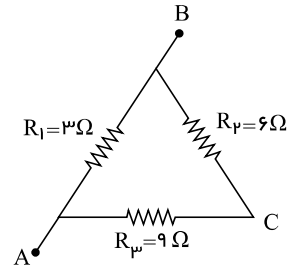
$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Rightarrow 600 \times 10^{-3} = \frac{V \times t}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = 12h \Rightarrow \Delta t = 12 \times 60 = 720 \text{ min}$$



۱۵۶ - گزینه ۳ برای محاسبه مقاومت معادل بین دو نقطه A و B، ابتدا دو مقاومت  $R_p$  و  $R_1$  را متوالی در نظر می‌گیریم که مجموعه آن‌ها با  $R_1$  موازی است.

$$R_p + R_1 = 6 + 9 = 15 \Omega$$

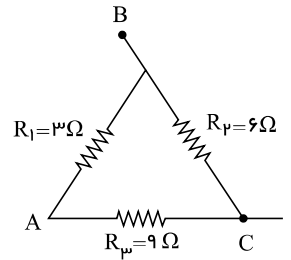
$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15} = \frac{6}{15} \Rightarrow R_{AB} = \frac{5}{2} = 2,5 \Omega$$



حال برای محاسبه مقاومت معادل بین دو نقطه B و C، باید  $R_1$  و  $R_p$  به صورت متوالی و معادل آن‌ها با  $R_p$  موازی در نظر گرفته شود.

$$\frac{1}{R_{BC}} = \frac{1}{12} + \frac{1}{6} = \frac{1}{4} \Rightarrow R_{BC} = 4 \Omega$$

$$\frac{R_{AB}}{R_{BC}} = \frac{\frac{5}{2}}{4} = \frac{5}{8}$$



۱۵۷ - گزینه ۴

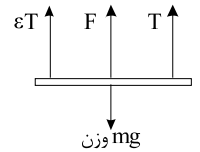
$$P = RI^2 \begin{cases} 18,75 = 3 \left( \frac{\epsilon}{3+r} \right)^2 \\ 16 = 4 \left( \frac{\epsilon}{3+r} \right)^2 \quad (II) \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم دو رابطه}} \frac{18,75}{16} = \frac{3}{4} \times \left( \frac{4+r}{3+r} \right)^2$$

$$\xrightarrow{\text{جذب}} \frac{2,5}{2} = \frac{4+r}{3+r} \Rightarrow r = 1 \Omega \rightarrow \epsilon = 10V$$

۱۵۸ - گزینه ۲ طبق قاعده دست راست، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم روبه بالاست. از طرفی چون سیم ساکن است برآیند نیروهای وارد بر آن باید صفر باشد، پس:

$$F_{\text{خالص}} = 0$$

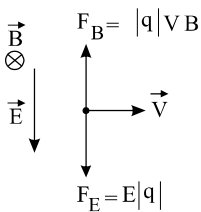
$$2T + F - mg = 0 \rightarrow 2T = mg - F$$



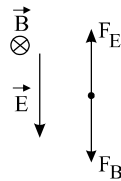
$$\frac{F = BIL \sin \theta}{\rightarrow} 2T = 20 \times 10^{-3} \times 10 \times 0,1 \times 1 \times 1 \times \sin 90^\circ \Rightarrow 2T = 0,1 \Rightarrow T = 0,05 N$$

۱۵۹ - گزینه ۱

نیروهای وارد بر ذره مثبت، مطابق شکل 'الف' است و باتوجه به اینکه ذره بدون انحراف عبور کرده،  $F_{\text{مغناطیسی}} = F_{\text{الکتریکی}}$  است. نیروهای وارد بر ذره منفی مطابق شکل 'ب' است.



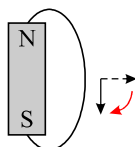
(الف)



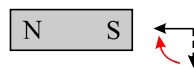
(ب)

باتوجه به اینکه اندازه سرعت و اندازه بار ثابت است، اندازه نیروها نیز ثابت خواهد بود و از طرفی چون اندازه نیروها تغییر نکرده است، پس برآیند نیروهای وارد بر ذره همچنان صفر است و ذره بدون انحراف همان مسیر ذره بار مثبت را طی می‌کند. خوب است بدانید اندازه بار اهمیتی در این مسئله ندارد و هر باری با این سرعت وارد شود بدون انحراف عبور می‌کند. (چرا؟)

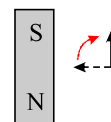
۱۶۰ - گزینه ۳ به ازای هر  $90^\circ$  که آهن‌ربا پادساعت‌گرد بچرخد، عقربه  $90^\circ$  ساعت‌گرد می‌چرخد و همواره در جهت میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد. در نتیجه وقتی آهن‌ربا یک دور بچرخد عقربه هم یک دور خواهد چرخید (شکل‌های زیر):



شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)

۱۶۱ - گزینه ۳ می‌دانیم مساحت سطح زیر نمودار  $(a-t)$  برابر  $\Delta V$  است. با توجه به شکل مساحت زیر نمودار  $(a-t)$  از  $t=0$  تا  $t=8s$  برابر صفر است. یعنی:  $\Delta V = V_{t=8} - V_0 = 0$  چون  $V_0 = 0$  است بنابراین  $V_{(t=8s)}$  خواهد شد. چون از  $t=8$  تا  $t=12s$  شتاب صفر است. بنابراین:

$$V = \dots = V_{12} = V_{10} = V_8 = 0$$

یعنی جسم متوقف است. پس جواب:

$$\Delta t = 12 - 8 = 4s$$

۱۶۲ - گزینه ۴ اگر به شکل توجه کنید شیب خط مماس بر نمودار در  $t=0$  منفی است. بنابراین:  $V_0 = -4m/s$  با توجه به نمودار مشخص است که رأس سهمی در  $t=3s$  می‌باشد. از طرفی:

$$\rightarrow V = at + V_0 \rightarrow 0 = a \times 3 + (-4)$$

در بازه زمانی صفر تا  $4s$ :

$$\rightarrow a = \frac{4}{3} m/s^2 \rightarrow \Delta V = a \Delta t = \frac{4}{3} \times (4 - 2) = \frac{8}{3} m/s \rightarrow \Delta V = \frac{8}{3} m/s$$

۱۶۳ - گزینه ۱

$$d_1 = \frac{d}{2}, d_v + d_w = \frac{d}{2}$$

$$d_v = (v_{av})_v t_v, d_w = (v_{av})_w t_w \rightarrow ((v_{av})_v + 2(v_{av})_w) t_v = \frac{d}{2}$$

$$t_v = \frac{1}{2}(t_v + t_w) \Rightarrow t_v - \frac{1}{2}t_v = \frac{1}{2}t_w \Rightarrow \frac{1}{2}t_v = \frac{1}{2}t_w \Rightarrow \frac{t_v}{t_w} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow t_v = \frac{d}{2(v_{av})_v + 4(v_{av})_w}, t_w = \frac{d}{(v_{av})_v + 2(v_{av})_w}$$

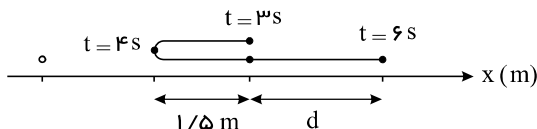
$$v_{av} = \frac{d_1 + d_v + d_w}{t_1 + t_v + t_w} = \frac{d}{\frac{d}{2(v_{av})_1} + \frac{d}{2(v_{av})_v + 4(v_{av})_w} + \frac{d}{(v_{av})_v + 2(v_{av})_w}}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1}{\frac{1}{2(v_{av})_1} + \frac{1}{2(v_{av})_v + 4(v_{av})_w} + \frac{1}{(v_{av})_v + 2(v_{av})_w}}$$

$$(v_{av})_1 = 10 m/s, (v_{av})_v = 4 m/s, (v_{av})_w = 3 m/s$$

$$\rightarrow v_{av} = \frac{1}{\frac{1}{20} + \frac{1}{20} + \frac{1}{10}} = \frac{20}{4} = 5 m/s$$

۱۶۴ - گزینه ۲ با توجه به نمودار  $x-t$  این متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت  $(3s < t < 6s)$  ابتدا در بازه زمانی  $3s < t < 4s$  به اندازه  $1.5$  متر در سوی منفی محور  $x$  حرکت می‌کند، سپس در لحظه  $4s$  تغییر جهت می‌دهد و در بازه زمانی  $4s < t < 5s$  به اندازه همان  $1.5$  متر در سوی مثبت محور  $x$  حرکت می‌کند و در نهایت در بازه زمانی  $5s < t < 6s$  به حرکت در سوی مثبت محور  $x$  ادامه می‌دهد. حرکت متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را روی محور  $x$  به صورت شکل زیر نشان می‌دهیم.



اگر جابه‌جایی متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت را مطابق شکل  $d$  فرض کنیم، مسافت پیموده شده توسط آن برابر  $l = d + 2 \times 1.5m = d + 3m$  می‌شود و داریم:

$$l = d + 3m \Rightarrow \frac{l}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t} + \frac{3m}{\Delta t} \Rightarrow S_{av} = v_{av} + \frac{3m}{3s} = v_{av} + 1m/s$$

$$S_{av} = 2.5m/s \rightarrow 2.5m/s = v_{av} + 1m/s \Rightarrow v_{av} = 1.5m/s$$

بنابراین پاسخ گزینه ۲ است.

توجه: در این سؤال امکان محاسبه مسافت و جابه‌جایی و محاسبه سرعت متوسط از این طریق نیز وجود دارد.

۱۶۵ - گزینه ۱

$$V = 3\sqrt{x} \rightarrow \begin{cases} V^2 = 9x \\ V^2 - V_0^2 = 9a\Delta x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} V_0 = 0 \\ a = 3m/s^2 \end{cases}$$

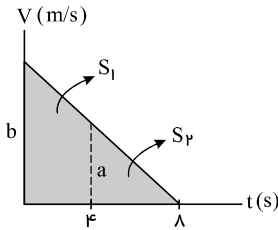


چون:  $V_0 = 0$  و  $a > 0$  است بنابراین حرکت تند شونده است:  $V > 0$  است در جهت + محور  $x$ ها حرکت می کند.



گزینه ۳ - ۱۶۶

چون متحرک تغییر جهت نداده است، بنابراین مسافت با جابه جایی برابر است.



$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} &= \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} \times f \times (a+b)}{\frac{1}{2} \times (\lambda - f) \times (a)} = 3 \\ \frac{a}{b} &= \frac{f}{\lambda - f} = \frac{1}{2} \rightarrow b = 2a \end{aligned} \right.$$

گزینه ۲ - ۱۶۷ دو لحظه نشان داده شده تا لحظه رسیدن جسم به بیشترین فاصله از مبدأ فاصله یکسان دارند. در این صورت سرعت جسم در این دو نقطه قرینه یکدیگر است. پس می توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_1}{\Delta t} = \frac{6 - (-6)}{4 - 2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ m/s}^2$$

گزینه ۲ - ۱۶۸

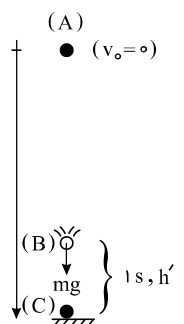
$$\left\{ \begin{aligned} A: V_A &= a_A t_i + V_{0A} = 1.5 t, \text{ و } x_A = \frac{1}{2} \times 1.5 t^2 = 0.75 t^2 \\ B: V_B &= a_B t_i + V_{0B} = a_B t \text{ و } x_B = \frac{1}{2} a_B t^2 - 7.5 \end{aligned} \right.$$

$$x_A = x_B = 7.5 \left\{ \begin{aligned} x_A &= 0.75 t^2 = 7.5 \rightarrow t = 10 \text{ s} \text{ در لحظه سبقت} \\ x_B &= \frac{1}{2} a_B \times 10^2 - 7.5 = 7.5 \rightarrow a_B = 3 \text{ m/s}^2 \rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{3 \times 10}{1.5 \times 10} = 2 \end{aligned} \right.$$

گزینه ۴ - ۱۶۹ چون مقاومت هوا نداریم کل کار انجام شده برابر کار نیروی وزن است:

$$C \text{ تا } B: W_T = W_{mg} = 70 \text{ J} \rightarrow mg \times h' \times \underbrace{\cos 0}_1 = 70$$

$$\rightarrow \frac{2}{10} \times 10 \times h' \times 1 = 70 \rightarrow h' = 35 \text{ m}$$



از این مرحله به بعد از چند روش می توان استفاده کرد:

روش اول:

چون  $v_0 = 0$  است و حرکت با شتاب ثابت  $a = g$  است، جابه جایی در ثانیه های متوالی، یک تضاعد حسابی است با قدر نسبت  $a = g$  بنابراین:

$$\Delta y_1 = \frac{1}{2} g t^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5 \text{ m}$$

$$\Delta y_2 = 15 \text{ m}$$

$$\Delta y_3 = 25 \text{ m} \quad +$$

$$\Delta y_4 = 35 \text{ m}$$

$$h = 5 + 15 + 25 + 35 = 80 \text{ m} \rightarrow h = 80 \text{ m}$$





$$v_C = v_B + gt = v_B + 10 \times 1 \rightarrow \Delta y_{B,C} = 35 = \left( \frac{v_B + v_C}{2} \right) \times \Delta t$$

$$A, C : \rightarrow v_0 = v_B + (v_B + 10) = 2v_B + 10 \rightarrow v_B = 30 \text{ m/s}, v_C = 40 \text{ m/s}$$

$$v_C^2 - v_A^2 = 2gh \rightarrow 40^2 = 2 \times 10 \times h \rightarrow h = \frac{1600}{20} = 80 \text{ m}$$

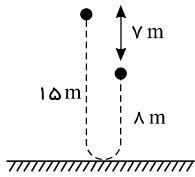
$$v = gt = 10t$$

$$t_{AB} = t_1$$

$$S_1 = 35 \text{ m} = \frac{1}{2} \times 10 \times (10t_1 + 10t_1 + 10)$$

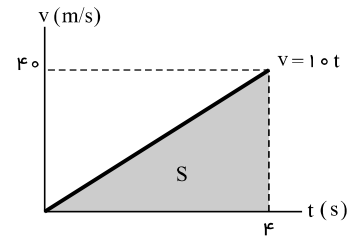
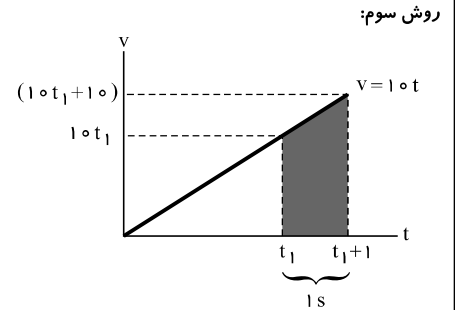
$$\rightarrow 70 = 20t_1 + 10 \rightarrow 20t_1 = 60 \rightarrow t_1 = 3 \text{ s}$$

$$= S = \frac{1}{2} \times 40 \times 4 = 80 \text{ m}$$



$$\ell = 15 + 8 = 23 \text{ m}$$

$$\frac{d}{\ell} = \frac{v}{23}$$



روش‌های دیگر را هم امتحان کنید!

۱۷۰ - گزینه ۳

طبق تعریف بردار جابه‌جایی توپ، برداری است که مکان اولیه آن را به مکان نهایی آن وصل می‌کند، بنابراین اندازه بردار جابه‌جایی برابر با  $d = 7 \text{ m}$  خواهد بود.

از طرفی مطابق شکل، مسافت طی شده توسط توپ برابر است با:

بنابراین داریم:



گزینه ۲: در لحظه  $t_p$  سرعت صفر و در لحظه  $t_p$  سرعت منفی است. پس  $\Delta v > 0$  است، در نتیجه  $a_{av} > 0$  است.

گزینه ۳: در لحظات  $t_1$  و  $t_p$  سرعت متحرک صفر می شود و تغییر علامت می دهد. پس در این لحظات متحرک تغییر جهت می دهد.

گزینه ۴: در لحظه  $t_p$ ، سرعت مثبت و اندازه آن بیشتر از سرعت لحظه صفر است. پس  $\Delta v > 0$  یعنی  $(a_{av})_{\text{ع}} > 0$  است. در نتیجه گزینه ۴، نادرست است.

۱۷ - گزینه ۳ اندازه سرعت متوسط از تندی کوچک تر است. در نتیجه اندازه جابه جایی از مسافت پیموده شده کوچک تر است و الف درست نیست.

سرعت متوسط متحرک در سوی مخالف محور  $x$  است. پس جابه جایی متحرک نیز در سوی مخالف محور  $x$  است و ب درست است.

باتوجه به این که حرکت بر خط راست است و اندازه جابه جایی از مسافت پیموده شده کمتر است، جهت حرکت حداقل یک بار تغییر کرده است. پس ج درست است.

کل جابه های متحرک در سوی منفی محور  $x$  است. در نتیجه اگر در شروع حرکت متحرک در سوی مثبت محور  $x$  حرکت کند، باید تغییر جهت بدهد و یک بار دیگر از مبداء حرکت (مکان اولیه) عبور کند. بنابراین د درست است.

پس موارد ب، ج و د درست هستند و پس پاسخ گزینه ۳ است.

۱۷۱ - گزینه ۱ بررسی موارد:

مورد آ) درست

مورد ب) نادرست. ترتیب پرشدن زیرلایه ها به  $l, n$  زیرلایه ها بستگی دارد.

مورد پ) نادرست. در سومین دوره جدول دوره های، ۸ عنصر جای دارد که از میان آن ها دو عنصر گازی اند.

مورد ت) درست.

۱۷۲ - گزینه ۳ در صورت سؤال کاهش جرم بر حسب تولید یک مول اتم اکسیژن است؛ بنابراین با توجه به این که ۳۲ گرم معادل دو مول اتم اکسیژن است، کاهش جرم برابر  $2,8 \times 10^{-4} g$  خواهد بود.

$$E = mc^2 \rightarrow E = (2,8 \times 10^{-4} \times 10^{-3}) kg \times (3 \times 10^8)^2$$

$$= 2,8 \times 10^{-10} J \xrightarrow{\text{تبدیل به کیلوژول}} 2,8 \times 10^{-10} \times 10^{-3} = 2,8 \times 10^{-13} kJ$$

۱۷۳ - گزینه ۴ بررسی گزینه ها:

ایزوتوپ های طبیعی هیدروژن شامل  $^1_1H$  و  $^2_1H$  و  $^3_1H$  می باشند و اعداد جرمی بزرگتر از ۳ نشان از ایزوتوپ مصنوعی و ساختگی دارد. در بین ایزوتوپ های طبیعی،  $^1_1H$  خاصیت پرتوزایی دارد.

۱۷۴ - گزینه ۳ بررسی عبارات:

الف) درست، لیتیم و ترکیبات آن رنگ شعله را به سرخ تبدیل می کنند.

ب) درست، عنصر هلیم دارای ۹ خط یا طول موج مرئی می باشد.

پ) درست، از لامپ نئون در ساخت تابلوهای تبلیغاتی برای ایجاد نوشته های نورانی سرخ فام استفاده می شود.

ت) نادرست، در ناحیه مرئی طیف نشری خطی عنصر هیدروژن طول موج نور آبی از طول موج نور سرخ کوتاه تر است، بنابراین نسبت طول موج نور آبی به طول موج رنگ سرخ کمتر از ۱ می باشد.

۱۷۵ - گزینه ۴ آرایش الکترونی X به صورت  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^1 4s^2 4p^2$  می باشد.

بررسی موارد:

آ) درست. در این عنصر فقط در  $3d$  و  $4p$  مجموع  $n + 1$ ، ۵ می باشد.

ب) درست. ۵ زیرلایه دو الکترونی دارد و مجموع  $n$  و  $l$  الکترون های آخرین زیرلایه آن برابر ۱۰ می باشد.

پ) نادرست. ترکیب  $XO_2$  می باشد و نمایش الکترون - نقطه ای آن به صورت  $\ddot{O} = X = \ddot{O}$  است که تعداد جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در آن برابر است.

ت) درست. این عنصر ژرمانیم می باشد که تمایلی به تشکیل یون ندارد و با اشتراک گذاشتن الکترون به آرایش گاز نجیب پس از خود می رسد.

۱۷۶ - گزینه ۲

در دمای ثابت  $P_1 V_1 = P_2 V_2$

$$P_2 = P_1 + 1,5 P_1 \Rightarrow P_1 V_1 = (P_1 + 1,5 P_1) V_2$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{1}{2,5} = 0,4 \times 100 = 40\%$$

میزان کاهش ارتفاع با کاهش حجم متناسب است. بنابراین:

$$100 - 40 = 60\% \text{ کاهش ارتفاع}$$

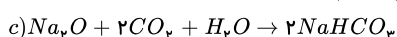
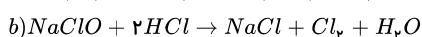
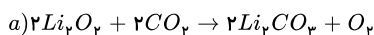
۱۷۷ - گزینه ۳ موارد سوم و چهارم صحیح هستند.

شکل درست موارد نادرست:

مورد اول) اگر هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به  $18^\circ C$  - کاهش می یافت.

مورد دوم) فراورده های سوختن زغال سنگ شامل  $CO_2$ ،  $H_2O$  و  $SO_2$  است.

۱۷۸ - گزینه ۴ مجموع ضرایب واکنش دهنده ها در c و b برابرند.



۱۷۹ - گزینه ۱ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱



$H - C \equiv N :$	$\begin{array}{c} \cdot\ddot{O}\cdot \\ / \quad \backslash \\ H \quad H \end{array}$
۲ الکترون ناپیوندی	۴ الکترون ناپیوندی

گزینہ ۲

$\begin{array}{c} H \\   \\ : \ddot{I} - C - \ddot{I} : \\   \\ H \end{array}$	$\begin{array}{c} : \ddot{F} - \ddot{P} - \ddot{F} : \\   \\ : \ddot{F} : \end{array}$
۱۲ الکترون ناپیوندی	۲۰ الکترون ناپیوندی

گزینہ ۳

$\begin{array}{c} H - \ddot{N} - H \\   \\ H \end{array}$	$\ddot{O} = C = \ddot{O}$
۲ الکترون ناپیوندی	۸ الکترون ناپیوندی

گزینہ ۴



$\begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{F}}\text{:} \\   \\ \text{:}\ddot{\text{F}} - \text{Si} - \ddot{\text{F}}\text{:} \\   \\ \text{:}\ddot{\text{F}}\text{:} \end{array}$	$\begin{array}{c} \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \\ \diagup \quad \diagdown \\ \text{S} \\ \diagdown \quad \diagup \\ \text{:}\ddot{\text{O}}\text{:} \end{array}$
۲۴ الکترون ناپیوندی	۱۲ الکترون ناپیوندی

$$N_p - 180 = 112L \times \frac{80}{100} = 89.6LN_p$$

$$O_p - 112L \times \frac{20}{100} = 22.4LO_p$$

$$\begin{cases} ?molN_p = 89.6LN_p \times \frac{1molN_p}{22.4LN_p} = 4molN_p \\ ?molO_p = 22.4LO_p \times \frac{1molO_p}{22.4LO_p} = 1molO_p \end{cases}$$

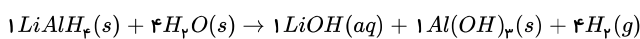


$$O_p \text{ پیوند} = 1molO_p \times \frac{N_A O_p \text{ مولکول}}{1molO_p} \times \frac{2 \text{ پیوند}}{1O_p \text{ مولکول}} = 2N_A$$

$$N_p \text{ پیوند} = 4molN_p \times \frac{N_A N_p \text{ مولکول}}{1molN_p} \times \frac{3 \text{ پیوند}}{1 \text{ مولکول}} = 12N_A$$

$$\text{تعداد کل پیوند های کووالانسی} = 2N_A + 12N_A = 14N_A$$

۱۸۱ - گزینه ۴ ابتدا معادله را موازنه می کنیم.



روش اول

$$\Delta g LiAlH_4 \times \frac{a}{100} \times \frac{1mol}{38g} \times \frac{4molH_2}{1mol} \times \frac{22.4L}{1molH_2} = 11.24 \Rightarrow a = 95$$

روش دوم

$$\frac{\Delta g LiAlH_4 \times a}{1 \times 38 \times 100} = \frac{11.24}{4 \times 22.4} \rightarrow a = 95\%$$

۱۸۲ - گزینه ۴ بررسی موارد:

مورد الف) عنصرها به پنج دسته  $s, p, d, f, g$  بخش می شوند. (درست)

مورد ب) تعداد گروه های هر دسته برابر با گنجایش الکترونی زیرلایه مربوط به آن دسته است.

در هر زیرلایه با عدد کوانتومی فرعی  $l, 2l + 1$  الکترون جای می گیرد.

عدد کوانتومی فرعی زیرلایه  $g$  برابر ۴ است. در نتیجه در این زیرلایه  $18 = 4(4) + 2$  الکترون جای می گیرد. پس این دسته در جدول ژانته ۱۸ گروه دارد. (نادرست)

مورد پ) ۱۱۸ عنصرهای کشف شده در دسته  $s$  (۲ گروه) و دسته  $p$  (۶ گروه)، دسته  $d$  (۱۰ گروه) و دسته  $f$  (۱۴ گروه) قرار می گیرند.

$$\text{(درست)} \quad 32 = 2 + 6 + 10 + 14 = \text{تعداد کل گروه ها}$$

مورد ت) برای طبقه بندی عنصرهای با عدد اتمی بیش از ۱۱۸ می توان از جدول ژانته استفاده کرد.

۱۸۳ - گزینه ۳

$$4.214 \times 10^{23} = 2.9gC_nH_{n+2} \times \frac{1molC_nH_{n+2}}{(14n+2)gC_nH_{n+2}} \times \frac{(3n+2) \times 6.02 \times 10^{23}}{1molC_nH_{n+2}} \Rightarrow n = 4$$

$$\Rightarrow C_nH_{n+1} = C_4H_5 \text{ بوتان}$$





که با توجه به مقایسه ساختار گسترده مواد واکنش دهنده و فرآورده می توان نتیجه گرفت که فقط یک مول پیوند  $C - C$  و یک مول پیوند  $H - H$  تشکیل شده است و دو مول پیوند  $C - H$  شکسته شده است:

$$\Delta H = (2 \times 412) - (348 + 436) = +40 kJ$$

با توجه به مقدار مثبت آنتالپی واکنش هم، می توان نتیجه گرفت که هگزان از سیکلوهگزان پایدارتر است.

۱۸۸ - گزینه ۳ بررسی گزینه ها:

گزینه (۱) نادرست. در واکنش  $NH_3(g) \rightarrow NH(g) + 2H(g)$  دو پیوند  $N - H$  تشکیل می شود و فرآیندی گرماده است.

$$\Delta H = -2(391) = -782 kJ$$

گزینه (۲) نادرست. در واکنش  $N(g) + 3H(g) \rightarrow NH_3(g)$  سه پیوند  $N - H$  تشکیل می شود و فرآیندی گرماده است.

$$\Delta H = -3(391) = -1173 kJ$$

گزینه (۳) درست. در واکنش  $NH_3(g) \rightarrow NH(g) + 2H(g)$  دو پیوند شکسته می شود و فرآیندی گرماگیر است.

$$\Delta H = 2(391) = +782 kJ$$

گزینه (۴) نادرست. در واکنش  $NH_3(g) \rightarrow N(g) + 3H(g)$  سه پیوند شکسته می شود و فرآیندی گرماگیر است.

$$\Delta H = 3(391) = 1173 kJ$$

۱۸۹ - گزینه ۱ بررسی موارد:

(الف) نادرست. به دلیل یکسانی دمای هر دو ظرف، میانگین انرژی جنبشی آنها با هم برابر است.

(ب) درست. با انتقال آب از ظرف  $A$  به ظرف  $B$  دمای آب و میانگین انرژی جنبشی تغییر نمی کند.

(پ) نادرست. مجموع انرژی جنبشی به مقدار ماده وابسته است.

(ت) نادرست. انرژی گرمایی به مقدار ماده بستگی دارد؛ در نتیجه به دلیل افزایش مقدار آب، انرژی گرمایی افزایش می یابد.

۱۹۰ - گزینه ۴ با توجه به رابطه داده شده، ابتدا دو طرف معادله را تقسیم بر ۲ کرده معادله واکنش را به دست می آوریم:

$$\left(\frac{1}{2}A + 4C \rightarrow 6B + \frac{1}{2}D\right) \times 2 \Rightarrow A + 8C \rightarrow 12B + D$$

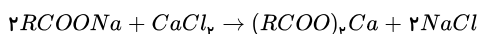
$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{3}\bar{R}_B &= \frac{1}{2}\bar{R}_C \Rightarrow \bar{R}_C = \frac{1}{3}mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \\ \frac{1}{3}\bar{R}_B &= 4\bar{R}_A \Rightarrow \bar{R}_A = \frac{1}{12}mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1} \end{aligned} \right\}$$

$$\Rightarrow \bar{R}_C + \bar{R}_A = \frac{1}{3} + \frac{1}{12} = 0.375 mol \cdot L^{-1} \cdot s^{-1}$$

با توجه به ضرایب مواد  $A$  و  $D$ ، تغییر مول این مواد در بازه های زمانی یکسان برابر خواهد بود. با گذشت زمان معین، مقدار ماده  $B$  برحسب مول بیش ترین افزایش را خواهد داشت زیرا بزرگ ترین ضریب را دارد.

۱۹۱ - گزینه ۳ سدیم هیدروژن کربنات دارای خاصیت بازی است و در واکنش با چربی ها به صابون تبدیل می شود و خاصیت پاک کنندگی را بالا می برد.

۱۹۲ - گزینه ۴



$$2000 = \frac{\text{جرم } Ca^{2+}}{200g} \times 10^6 \Rightarrow Ca^{2+} \text{ جرم} = 4 \times 10^{-1} = 0.4g \xrightarrow{+40} 0.01 mol Ca^{2+}$$

$$4.72g \text{ صابون} \times \frac{1 mol}{236g} = 0.02 mol \text{ صابون}$$

طبق معادله  $0.01 mol Ca^{2+}$  با  $0.02 mol$  صابون به طور کامل واکنش می دهند و از هیچ کدام اضافه نمی ماند. پس ۱۰۰٪ واکنش می دهند.

۱۹۳ - گزینه ۳

$$pH = -\log[H^+] = -\log^{4 \times 10^{-3}} = 3 - \log^4 = 2.4$$

$$[H^+] = C_m \cdot \alpha \Rightarrow 4 \times 10^{-3} = 0.1 \times \alpha \Rightarrow \alpha = 4 \times 10^{-2} \xrightarrow{\times 100} 4\%$$

۱۹۴ - گزینه ۳ ترکیب داده شده مربوط به یک استر است که به دلیل غلبه بخش ناقطبی بر بخش قطبی در آن، در آب نامحلول است و در حلال های ناقطبی مانند بنزین انحلال پذیر است.

۱۹۵ - گزینه ۳ یونش را برای ترکیب های مولکولی در نظر می گیریم، چون طبق تعریف به فرآیندی که در آن یک ترکیب مولکولی در آب به یون های مثبت و منفی تبدیل می شود؛ یونش می گویند. پس استفاده از لفظ یونش برای ترکیب های یونی مانند منیزیم هیدروکسید نادرست است و باید از عبارت «تفکیک یونی» استفاده کرد.

۱۹۶ - گزینه ۲ رسانایی الکتریکی محلول ها به فراوانی یون ها در محلول بستگی دارد. بنابراین محلول اسیدی که یونش آن کم تر است، یون های کم تری وارد محلول می کند و رسانایی الکتریکی کم تری خواهد داشت. در بین ۴ اسید داده شده، سولفوریک اسید و نیتریک اسید اسیدهای قوی هستند. اما از آنجایی که  $H_2SO_4$  یک اسید چند پروتون دار است، غلظت یون های حاصل از تفکیک آن در محیط آبی بیشتر از  $HNO_3$  است که یک اسید تک پروتون دار است.

$HNO_3$  و  $HCN$  جزو اسیدهای ضعیف هستند اما ثابت یونش اسید  $HNO_3$  بیشتر از  $HCN$  است. بنابراین ترتیب میزان رسانایی الکتریکی محلول این چهار اسید در گزینه ۲ به درستی نشان داده شده است.



۱۹۷ - گزینه ۳ بررسی موارد:

مورد الف) درست است.

مورد ب) نادرست؛ علاوه بر زنجیره هیدروکربنی حلقه بنزنی نیز جزو بخش ناقطبی آن محسوب می شود. پ) درست است.

ت) نادرست؛ در ساختار این پاک کننده ۹ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

۱۹۸ - گزینه ۴ در محلول اسید  $HX$ ،  $[H_3O^+]$  برابر  $10^{-3.7}$  مول بر لیتر می باشد.بنابراین در محلول هیدروفلوئوریک اسید نیز  $[H_3O^+] = 10^{-3.7}$  می باشد. یعنی:

$$[H_3O^+] = 10^{-3.7} = 10^{-4} \times 10^{0.3} = 2 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{M_{HF} - [H_3O^+]} = \frac{(2 \times 10^{-4})^2}{(0.001 - 2 \times 10^{-4})} = 5 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

۱۹۹ - گزینه ۲ ابتدا غلظت مولی را محاسبه می کنیم.

$$C_M = \frac{2g}{250mL} \times \frac{1000mL}{1L} \times \frac{1mol}{20g} = 0.4M$$

$$K_a = \frac{[H^+]^2}{C_M - [H^+]} \Rightarrow 10^{-2} = \frac{[H^+]^2}{0.4 - [H^+]} \Rightarrow [H^+]^2 = 4 \times 10^{-2}$$

صرف نظر کنیم

$$[H^+] = 2 \times 10^{-1} \Rightarrow pH = -\log^{2 \times 10^{-1}} = 2 - \log^2 = 1.7$$

۲۰۰ - گزینه ۴

$$pH + pOH = 14 \Rightarrow pOH = 14 - 10.7 = 3.3$$

$$pOH = -\log [OH^-] \Rightarrow 3.3 = -\log [OH^-] \Rightarrow 4 - 0.7 = -\log [OH^-] \Rightarrow \log [OH^-] = -4 + 0.7 \Rightarrow \log [OH^-] = \log 10^{-4} + \log 5$$

$$\Rightarrow [OH^-] = 5 \times 10^{-4} \frac{\text{mol}}{L}$$

در هر محلول آبی، رابطه روبه رو بین  $[OH^-]$  و  $[H_3O^+]$  وجود دارد.

$$[H_3O^+][OH^-] = 10^{-14}$$

$$[H_3O^+] = 5 \times 10^{-4} = 10^{-14} \Rightarrow [H_3O^+] = 2 \times 10^{-11} \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

$$\frac{[OH^-]}{[H_3O^+]} = \frac{5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^{-11}} = 2.5 \times 10^7$$